

**GRAVIMETRIA PARTE II:**  
**DETERMINAZIONI SPERIMENTALI DELLA GRAVITÀ**

Corso di Geofisica Ambientale e Applicata  
Anno Accademico 2003-2004  
Prof.ssa Gabriella Losito

Revisione: Ing. Rossana Angelini

## 1. INTRODUZIONE

La misura di  $g$  può avvenire attraverso uno qualunque dei fenomeni influenzati da  $g$ , ma in pratica si ricorre al principio del dinamometro nel metodo statico, mentre i metodi dinamici più comuni si basano sull'isocronia delle piccole oscillazioni del pendolo semplice oppure sulle leggi che regolano la caduta libera dei gravi. La misura di  $g$  può essere assoluta, se indipendente dagli altri valori di  $g$ , relativa se si misura solo la differenza o il rapporto con un valore di  $g$  noto.

Le misure assolute di  $g$  sono difficili da ottenere a causa dell'impossibilità di eliminare alcuni errori sistematici. Pertanto le poche misure di  $g$  assolute sono di competenza di istituti specializzati ed oramai eseguite solo per delle revisioni.

## 2. MISURE ASSOLUTE

I procedimenti più usati sono:

- a) Pendolo a reversione di Kater (1818)
- b) Caduta libera dei gravi :

Si sfrutta la relazione  $s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$  e si misura il tempo  $t$  che un corpo impiega a percorrere verticalmente una distanza  $s$ ; facendo le misure dei tempi  $t_1$  e  $t_2$ , relativi rispettivamente ai percorsi  $s_1$  e  $s_2$  compiuti da un grave lasciato cadere, si ottiene:

$$g = \frac{2(s_2 t_1 - s_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_2 - t_1)} \quad [1];$$

Metodi sofisticati di misura (metodo delle due stazioni) si ottengono con lancio della massa verso l'alto e uso di raggi laser per misurare le quote.

## 3. MISURE RELATIVE

Le misure relative di  $g$  (cioè la misura della differenza di gravità tra due punti) possono essere fatte con il metodo pendolare o con i gravimetri.

### 3.1 METODO PENDOLARE

Il metodo pendolare si basa sull'ipotesi di ammettere la costanza della lunghezza del pendolo semplice equivalente nei vari luoghi e sulla misura del periodo di oscillazione del pendolo. In questo modo si ricava la  $\Delta g$ .

#### 3.1.1 Teoria del pendolo matematico

La teoria del pendolo matematico si basa sull'ipotesi di un punto materiale di massa  $m$  vincolato, per mezzo di un filo flessibile, inestendibile ed imponderabile, ad un punto  $O'$ ; il punto è libero di muoversi in un piano verticale lungo un arco di circonferenza di centro  $O'$  (detto centro di sospensione o 'vincolo') ed è libero di oscillare attorno al punto di equilibrio  $O$  (detto centro di oscillazione) conservando il suo piano di oscillazione.

Per il II principio della dinamica vale :  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  cioè  $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$ .

Questa forza è scomponibile in 2 componenti (vedi Fig.1):

- 1) una diretta secondo la direzione del filo, compensata dalla reazione del filo-vincolo ;
- 2) l'altra perpendicolare al filo e diretta verso il punto  $O$ , di intensità  $mg \sin\theta$  ; il moto di  $m$  è prodotto proprio da questa componente.

Se le oscillazioni di  $m$  sono molto piccole, si può confondere il valore  $\theta$  con quello di  $\sin\theta$  , quindi la componente  $mg \sin\theta$  è approssimabile con  $mg \theta$ , diretta secondo l'asse delle  $x$  verso  $O$ ; e l'arco descritto da  $m$  è approssimabile con un segmento dell'asse delle  $x$  .

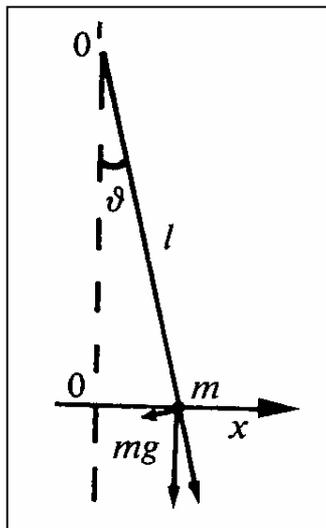


Fig.1 – Pendolo matematico [da Norinelli]

Si può dunque porre :

$$- mg = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad [2];$$

ed essendo  $x = l\theta$ , supponendo appunto  $l$  costante, si ottiene

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \quad [3],$$

che è una equazione differenziale del II ordine in  $\theta$ , la cui soluzione è del tipo :

$$\theta = A \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + B\right) \quad [4],$$

dove A e B sono delle costanti; questa equazione descrive un moto armonico.

Il periodo T del pendolo semplice si ottiene facilmente osservando che per ogni  $\theta + 2\pi$  si ripete la stessa relazione. T è il tempo necessario perché lo spostamento di m compia un ciclo.

$$T = 2\pi\left(\sqrt{\frac{l}{g}}\right) \quad [5].$$

### **3.1.2 Pendolo gravimetrico**

Nelle misure, ovviamente, non si usano pendoli matematici, ma pendoli fisici (vedi Fig.2); si definisce lunghezza l del pendolo quella del pendolo semplice avente lo stesso periodo di oscillazione :

$$l = \frac{K}{Ma} \quad [6],$$

con K = momento di inerzia del pendolo fisico; M = massa del pendolo fisico; a = distanza tra baricentro e asse di sospensione del pendolo fisico.

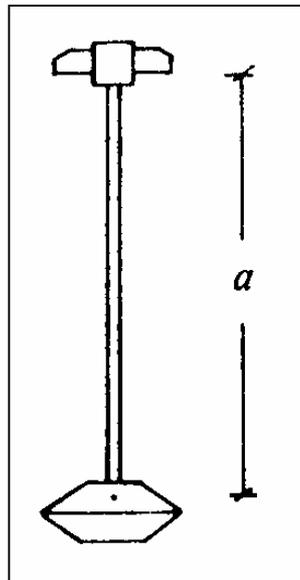


Fig.2 – Pendolo gravimetrico [da Norinelli]

### **3.1.3 Misure relative di g**

Con il pendolo si possono ottenere facilmente misure relative di g.

Infatti per due pendoli uguali posti in due diverse stazioni, varrà:

$$T_1 = 2\pi \left( \sqrt{\frac{l}{g_1}} \right) \text{ e } T_2 = 2\pi \left( \sqrt{\frac{l}{g_2}} \right)$$

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2}$$

e quindi

$$g_1 - g_2 = g_1 \frac{(T_2^2 - T_1^2)}{T_2^2} \quad [7];$$

in definitiva conoscendo il valore della gravità in una stazione si può risalire al valore della gravità nell'altra.

Le misure relative ai periodi richiedono estrema attenzione e vanno sempre corrette: infatti l'angolo di oscillazione per quanto piccolo, è sempre finito e mai infinitesimo come prevede la teoria; lo stato dell'orologio con cui si eseguono le misure deve essere controllato con segnali di alta precisione dal momento che l'orologio stesso può avanzare o ritardare; la lunghezza del pendolo può variare a causa della dilatazione termica; il supporto a cui il pendolo è vincolato può entrare esso stesso in oscillazione (in conseguenza di ciò si ha un aumento della lunghezza apparente del pendolo e quindi del periodo T); se il pendolo non è amagnetico, il campo magnetico terrestre influenza il suo moto inducendo su di esso le correnti frenanti di Foucault; il moto del pendolo è sempre smorzato a causa degli attriti; la spinta di Archimede fa diminuire il peso del pendolo (ne consegue un aumento della lunghezza del pendolo semplice equivalente).

Ancora oggi si ricorre alle misure pendolari nelle reti gravimetriche per stabilire la gravità assoluta o per la taratura di strumenti più agili detti gravimetri.

### **3.2 GRAVIMETRI**

La gravità varia al più tra 9.7803318 e 9.832177 m/s<sup>2</sup>. Ricordando brevemente le seguenti equivalenze, 1 gal = 1cm/s<sup>2</sup>, 1 g.u. = 10mgal e considerando che le variazioni prodotte dalla distribuzione disomogenea delle masse nel sottosuolo sono dell'ordine delle decine o centinaia di g.u., è evidente che per misurare variazioni della gravità occorrono strumenti in grado di apprezzare la g con 8 o 9 cifre significative. Ciò è possibile con gli attuali gravimetri.

I gravimetri sono strumenti che consentono la misura relativa della gravità. Il principio su cui si basano è quello del *dinamometro*: una massa, sospesa ad un sistema elastico, varia di peso col variare della gravità, provocando variazioni nel sistema elastico stabilizzante: la misura di tali variazioni consente poi di risalire alle differenze di gravità che le hanno provocate.

I gravimetri, a differenza dei pendoli utilizzati per misure di gravità, risultano molto maneggevoli (hanno una massa di pochi chilogrammi), rapidi nella misura (richiedono pochi minuti) e nei calcoli successivi e assai sensibili (anche 0.01 mgal).

I gravimetri tradizionali si suddividono in :

- **Statici o lineari**
- **Astatici**

### 3.2.1 Gravimetri statici o lineari

Sfruttano i movimenti di traslazione della massa mobile secondo una direzione, oppure una rotazione di un piano orizzontale prodotti dalla variazione di  $g$ ; operano in condizioni di equilibrio statico, ma possono essere utilizzati anche in condizioni di equilibrio dinamico (cioè per misure assolute).

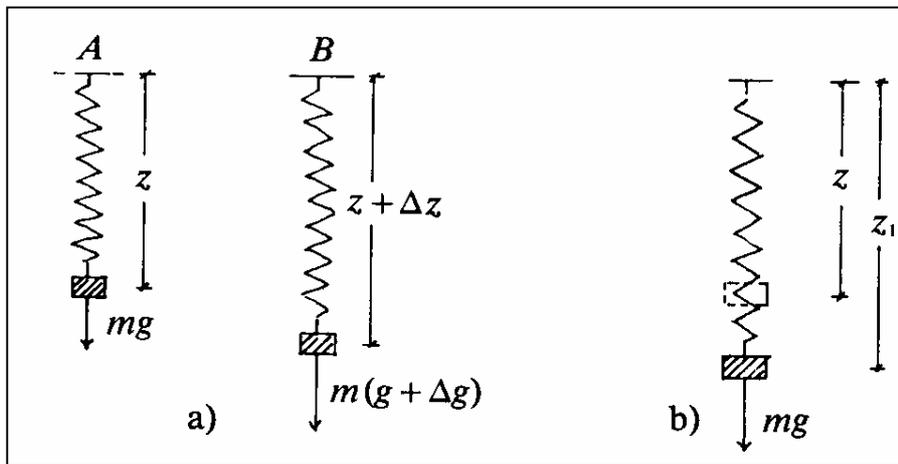


Fig.3 – Schema di un gravimetro lineare [da Norinelli]

a) Aspetto statico del gravimetro lineare (vedi Fig.3a)

Si ponga il gravimetro nella stazione A; il peso della massa  $m$  fa allungare la molla fino a quando la reazione elastica uguaglia la forza  $mg$ ; quindi all'equilibrio, posto  $\tau =$  costante elastica della molla, si ha :

$$mg - \tau z = 0$$

dove  $z$  è l'allungamento della molla nella stazione A;

spostiamoci ora nella stazione B, dove, ad esempio,  $g_B = g + \Delta g$  e l'allungamento della molla sarà  $z_B = z + \Delta z$ ; avremo:

$$mg_B - \tau z_B = 0 ;$$

ovvero

$$m(g + \Delta g) - \tau(z + \Delta z) = 0$$

e quindi

$$\frac{\Delta z}{\Delta g} = \frac{m}{\tau} \quad [8],$$

che esprime la sensibilità statica del gravimetro.

b) Aspetto dinamico del gravimetro lineare (vedi Fig.3b)

Si possono anche sfruttare le caratteristiche dinamiche del gravimetro e quindi ottenere misure di gravità assolute. Supponiamo infatti di spostare la massa  $m$  dalla sua posizione di equilibrio (allungamento  $z$ ) ad una posizione perturbata (allungamento  $z_1$ ) e di lasciarla poi libera di muoversi; applicando il secondo principio della dinamica si arriva ad ottenere l'equazione

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} + \frac{\tau}{m} Z = 0 \quad [9],$$

dove  $Z = z_1 - z$  è l'escursione locale della molla; questa è ancora una equazione del tipo 'pendolo semplice', da cui si ottiene in modo analogo il periodo  $T$  di oscillazione (pari alla sensibilità dinamica del gravimetro) :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\tau}} \quad [10],$$

da cui:  $\tau = \frac{(4\pi^2 m)}{T^2}$  e considerando la [8], risulta  $\frac{\Delta z}{\Delta g} = \frac{mT^2}{4\pi^2 m}$ , cioè :

$$\frac{\Delta z}{\Delta g} = \frac{T^2}{4\pi^2} \quad [11];$$

questa relazione lega una caratteristica dinamica del gravimetro (il suo periodo) con una caratteristica statica del gravimetro (il suo allungamento).

### 3.2.2 Gravimetri astatici

I gravimetri astatici sono strumenti di grande precisione e già nel 1850 avevano la sensibilità di 10 mgal.

Essi sono costituiti essenzialmente da un braccio che può ruotare attorno ad un punto O nel piano P(x,z) e porta all'estremo libero una massa m; il braccio è mantenuto in posizione orizzontale da una molla fissata ad un asse verticale passante per O (Fig.4). L'equilibrio del sistema dipende dai momenti delle forze in gioco rispetto ad O : uno dovuto alla  $\mathbf{g}$  agente su m; un'altro dovuto alla reazione elastica della molla di bilanciamento.

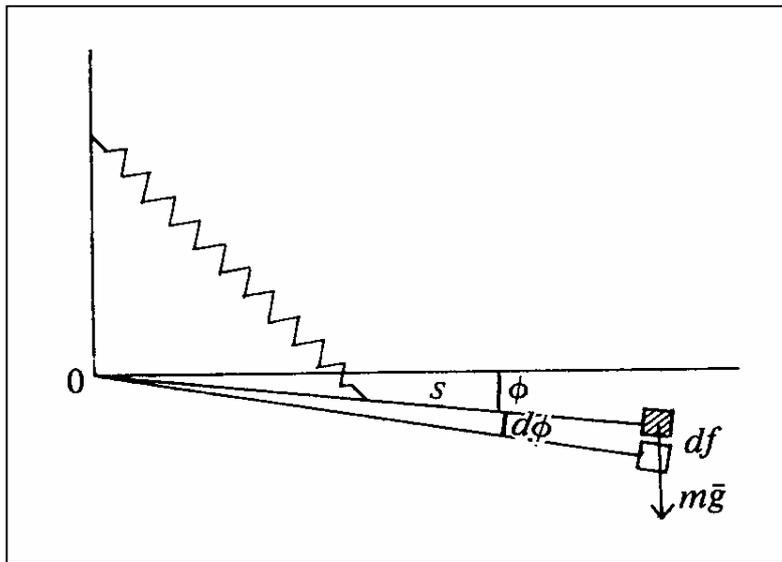


Fig.4 – Schema di un gravimetro astatico [da Norinelli]

#### a) Comportamento statico del gravimetro astatico

Sia  $\phi$  l'angolo nel piano P(x,z) compreso tra il braccio s e il piano orizzontale passante per O . Supponiamo che per effetto di  $\mathbf{g}_1$  (gravità nella stazione S1) si raggiunga l'equilibrio per una rotazione del braccio di un angolo  $\phi_1$ ; in queste condizioni ovviamente le forze in gioco sono in equilibrio e quindi il momento totale delle forze in gioco  $\mathbf{M}$  deve essere nullo; in termini di modulo:

$$M(\mathbf{g}_1, \phi_1) = 0 .$$

Nella Stazione S2 si avrà l'equilibrio per un angolo  $\phi_2$  ed analogamente risulterà:

$$M(\mathbf{g}_2, \phi_2) = 0 .$$

Sviluppando la funzione  $M(g, \varphi)$  in serie di Taylor arrestata ai primi termini e prendendo come origine proprio il punto S1, la condizione di equilibrio in S2 può essere scritta in funzione di S1 :

$$M(g_2, \varphi_2) = M(g_1, \varphi_1) + \left( \frac{\partial M}{\partial g} \right)_{S1} dg + \left( \frac{\partial M}{\partial \varphi} \right)_{S1} d\varphi ,$$

poiché  $M(g_2, \varphi_2) = M(g_1, \varphi_1) = 0$ , si ottiene alla fine

$$\frac{d\varphi}{dg} = - \frac{\left( \frac{\partial M}{\partial g} \right)}{\left( \frac{\partial M}{\partial \varphi} \right)} \quad [12].$$

L'equilibrio dei gravimetri è ottenuto mediante una molla compensatrice (Fig.4). In una situazione di **non equilibrio** si ha quindi che il Momento complessivo (istantaneo) è dato da:

$$\mathbf{M}(g, \varphi) = \mathbf{M}_e - \mathbf{M}_g \quad [13],$$

in cui  $\mathbf{M}_e$  è il momento meccanico dovuto alle forze elastiche e  $\mathbf{M}_g$  è il momento dovuto alla forza peso.

Passando di nuovo al modulo dei momenti,  $M_g = mg \cos(\varphi) \cong mg \varphi$  (con  $\varphi$  molto piccolo), mentre  $M_e$  non dipende esplicitamente da  $g$ . Passando al modulo del momento

$$\frac{\partial M}{\partial g} = \frac{\partial M_e}{\partial g} - \frac{\partial M_g}{\partial g} = -ms \quad [14];$$

la [12] diventa quindi

$$\frac{d\varphi}{dg} = \frac{ms^2}{\left( \frac{\partial M}{\partial \varphi} \right)} \quad [15];$$

da cui , posto  $dl = s d\varphi$ , si ottiene la **sensibilità statica del gravimetro** :

$$\frac{dl}{dg} = \frac{ms^2}{\left( \frac{\partial M}{\partial \varphi} \right)} \quad [16].$$

b) Comportamento dinamico del gravimetro astatico

Se si sposta la massa  $m$  dalla sua posizione di equilibrio e la si lascia libera di oscillare, la relazione  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$  deve essere sostituita da :  $\mathbf{M} = \mathbf{I}\alpha$ , in cui  $\mathbf{M}$  è il momento totale delle forze,  $\mathbf{I}$  è il momento di inerzia,  $\alpha$  è l'accelerazione angolare;  $\mathbf{M}$  dipende solo da  $\varphi$ , poiché  $\mathbf{g}$ , dato il

piccolo spostamento della massa  $m$ , non cambia. Nella posizione di equilibrio si ha  $\varphi = 0$ ; allora sviluppando in serie di McLaurin (passando ai moduli):

$$M(\varphi) = M(0) + \varphi(\partial M/\partial \varphi)_0 \text{ e poich\acute{e } } M(0) = 0 ,$$

$$M(\varphi) = \varphi(\partial M/\partial \varphi)_0$$

Da cui, considerando che  $\mathbf{M} = \mathbf{I}\alpha$ , otteniamo l'equazione del moto :

$$ms^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \varphi \frac{\partial M}{\partial \varphi} \quad [17],$$

che è simile all'equazione del pendolo. La massa oscilla attorno alla posizione di equilibrio con un periodo  $T$ , che è la sensibilità dinamica del gravimetro:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ms^2}{\partial M/\partial \varphi}} \quad [18];$$

ricordando la definizione [16] della sensibilità statica del gravimetro, è possibile esprimere quest'ultima in funzione del periodo  $T$ :

$$\frac{dl}{dg} = \frac{T^2}{4\pi^2} \quad [19].$$

I gravimetri astatici vengono ulteriormente classificati come *stabili (non astatizzati)* ed *instabili (astatizzati)*.

### **3.2.2a Astatizzazione**

L'astatizzazione dei gravimetri (instabilità) ha l'obiettivo di realizzare appunto una situazione di equilibrio instabile nella quale i piccoli spostamenti della massa test sono sensibilmente amplificati; il fine ultimo di ciò è ottenere grandi periodi di oscillazione (nell'impiego dello strumento in condizioni dinamiche) e quindi sensibilità elevate.

Il principio fisico utilizzato è descritto dal seguente schema (Fig.5): una massa  $M$ , solidale col braccio, è posta in corrispondenza del fulcro del braccio stesso (cioè al di sopra dell'asse di rotazione, la cui traccia indichiamo con  $O$ ); l'effetto di tale massa è appunto quello di creare una condizione di instabilità dell'equilibrio e quindi di amplificare gli spostamenti.

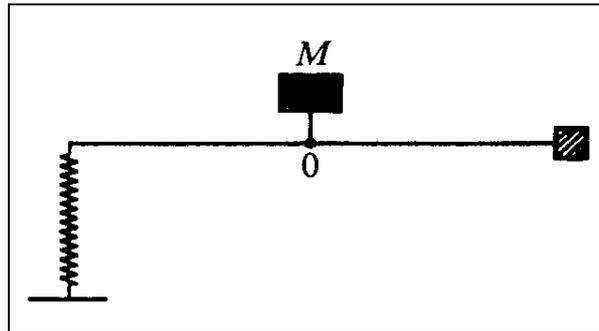


Fig. 5 – Principio dell’astatizzazione di un gravimetro astatico [da Norinelli]

Nei gravimetri più recenti l’aumento del periodo  $T$  si ottiene giocando sulla geometria del sistema piuttosto che collocando una grande massa aggiuntiva solidale con il braccio del gravimetro.

Il periodo  $T$  (v. [18]) risulta inversamente proporzionale a  $\partial M / \partial \varphi$ , quindi si può aumentare il periodo  $T$  (cioè la sensibilità dinamica del gravimetro) diminuendo  $\partial M / \partial \varphi$  ( $T \Rightarrow \infty$  se  $\partial M / \partial \varphi \Rightarrow 0$ ).

Ricordando la [13], si ha che

$$\frac{\partial M}{\partial \varphi} = \frac{\partial M_e}{\partial \varphi} - \frac{\partial M_g}{\partial \varphi} \quad [20],$$

quindi grandi valori di  $T$  si possono ottenere in 2 modi:

- 1 - si cerca di mantenere costante  $M_g$ , così che  $\partial M_g / \partial \varphi \approx 0$  e  $\partial M_e / \partial \varphi$  molto piccola (come avviene nei gravimetri Worden e Western);
- 2 - si fa in modo che  $(\partial M_g / \partial \varphi - \partial M_e / \partial \varphi)$  sia molto piccola.

### **3.2.2b Gravimetri stabili o non astatizzati**

Sono assimilabili a sistemi bilanciati estremamente sensibili, provvisti di molle che reggono delle masse, che si scostano dalla configurazione di equilibrio quando la forza di gravità cambia. Lo scostamento, sempre molto piccolo è amplificato con metodi meccanici, ottici o elettrici. Presentiamo un esempio, il

*Gravimetro Askania* (Fig. 6).

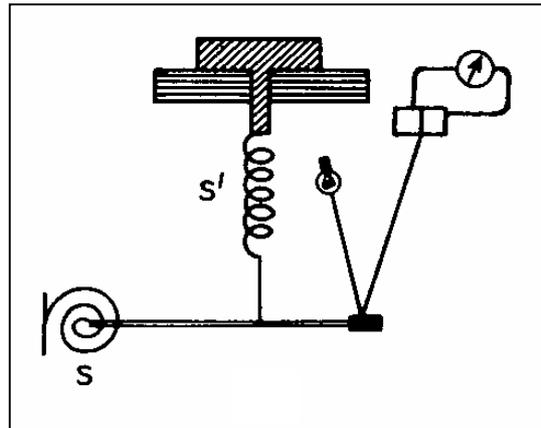


Fig.6 – Gravimetro Askania [da Parasnis]

Una sbarra, che porta appesa ad una estremità una massa, è mantenuta orizzontale da una molla principale ed è dotata di uno specchio che riflette un raggio luminoso in una doppia cellula fotoelettrica. Il movimento della massa, causato dalla variazione di gravità, è rilevato attraverso un galvanometro che misura la corrente fornita dalla cellula fotoelettrica.

### **3.2.2c Gravimetri instabili o astatizzati**

Si tratta di gravimetri che hanno appunto subito la modifica detta astatizzazione. Presentiamo alcuni esempi.

*Gravimetri Lacoste & Romberg* (Fig.7).

Il principio elementare di funzionamento è quello di un sismografo di lungo periodo riadattato, che utilizza una molla di lunghezza zero. L'allungamento della molla coincide con la distanza che separa i punti ai quali essa è fissata, cosicché la lunghezza, definita come differenza tra la lunghezza fisica reale della molla e il suo allungamento è zero. La molla di lunghezza zero è fissata rigidamente ad un supporto C e ad un'asta; ad una estremità dell'asta è appesa una massa M che bilancia la forza elastica della molla. Si ha equilibrio se il momento risultante è nullo, ovvero se il momento meccanico delle forze elastiche eguaglia il momento meccanico della forza peso. Si fa in modo di avere una condizione di equilibrio instabile: lo strumento è molto sensibile alle variazioni di g. La lettura viene effettuata riportando M alla posizione originale (per questo la molla viene denominata 'di lunghezza zero') variando la posizione del supporto S attraverso una vite provvista di quadrante calibrato.

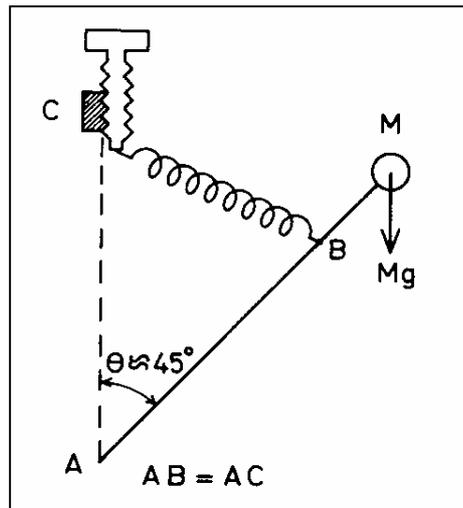


Fig. 7 – Gravimetro Lacoste & Romberg (da Norinelli)

Dalla figura si vede che il momento risultante in M è

$$(Mg\overline{AM} - k\overline{AB}^2)\sin\theta$$

in cui  $k$  è la costante elastica della molla. Se questo momento risultante diventa uguale a zero, il periodo di oscillazione diventa infinito e l'equilibrio instabile. Lo strumento dunque è molto sensibile e l'accuratezza è dell'ordine di 0.2 g.u. ( $0.2 \mu\text{m/s}^2$ ; 0.02 mgal).

I moderni gravimetri Lacoste & Romberg si basano ancora su sistemi di molle a lunghezza zero e su sistemi leva per annullare tale lunghezza. Attualmente sono disponibili due modelli: il modello 'G' (metro geodetico) ed il modello 'D' (metro "microgal"). Il primo lavora universalmente (ampio range di misura, 7.000 mgal) e con una precisione migliore di 0.04 mgal; il secondo raggiunge lo stesso range di misura ma utilizzando un sistema di reset, ed è in grado di raggiungere una maggior precisione. I fattori di taratura di questi strumenti dipendono dal sistema leva piuttosto che da molle ausiliarie generalmente utilizzate da altri gravimetri: per questo motivo la taratura è sensibilmente stabile ed è eliminata la necessità di frequenti controlli. La deriva (v. dopo) è in molti casi piccola: normalmente minore di 1.0 mgal/mese e minore di 0.5 mgal/mese in un anno. Inoltre gli elementi atti alla misurazione della gravità sono completamente sospesi da molle, pertanto il gravimetro è generalmente in grado di sopportare ogni tipo di shock che non danneggi l'involucro esterno (la casa produttrice vanta il fatto che questi gravimetri abbiano superato incidenti automobilistici ed aerei senza alcun tipo di danneggiamento).

Questi gravimetri lavorano in ambienti sigillati a pressione controllata.

L'acquisizione dei dati (v. dopo) sta procedendo sempre più verso sistemi di trasduzione del segnale: gli strumenti descritti possono essere dotati di sistemi 'force-feedback'. Il sistema viene offerto in due versioni: una digitale, che permette estrema accuratezza e stabilità ed una analogica per applicazioni che richiedono piccole dimensioni dello strumento e basso consumo di energia.

Gravimetro Western (Fig. 8)

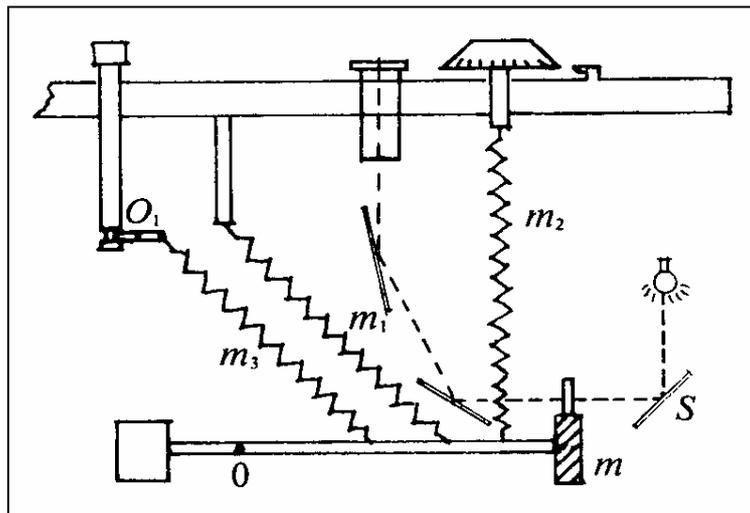


Fig. 8 – Schema del gravimetro Western (da Norinelli)

Consiste in un braccio ruotante in un piano verticale attorno ad un punto O interno ad esso ed avente la massa  $m$  ad una estremità ed una massa compensatrice della spinta di Archimede dall'altra.

Il braccio è sostenuto da 3 molle (Fig.8) :

la molla *principale*  $m_1$ : orizzontale; vincolata al baricentro della parte mobile e in un punto del piano quasi-verticale contenente O (a  $45^\circ$  se il braccio è orizzontale) ;

la molla *di lettura*  $m_2$  : sottile, serve a riportare il braccio in posizione orizzontale (utilizzando un

sistema ottico di precisione); è fissata al braccio mobile internamente alla congiungente fulcro-massa e ad una vite micrometrica azionabile dall'esterno del contenitore-strumento;

la molla *di campo*  $m_3$ : parallela a  $m_1$ , serve a variare il campo di misura.

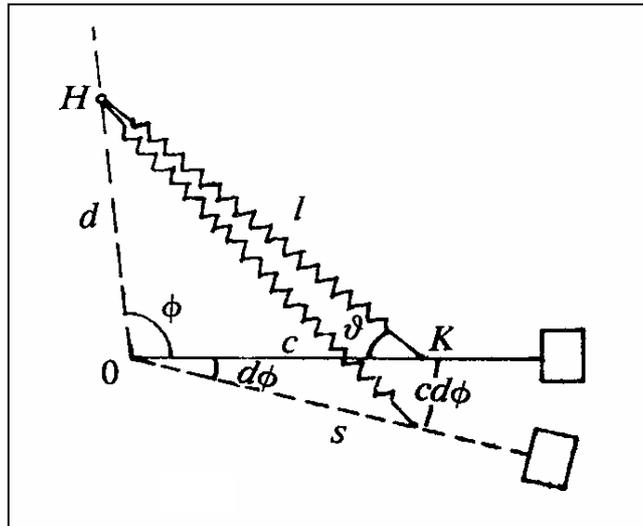


Fig. 9 – Geometria dell'equipaggio mobile del gravimetro Western (da Norinelli)

Le condizioni di astatizzazione richiedono  $\partial \mathbf{M} / \partial \varphi = 0$  dove  $\mathbf{M}$  è il momento totale agente sul sistema ed è dato, in modulo, da (vedi Fig.9):

$$M = M_g - M_e = mgs - \tau(l-l_0)c \sin\theta,$$

in cui  $s$  = lunghezza braccio ;  $\tau$  = costante elastica della molla,  $l_0$  = lunghezza della molla non in tensione,  $c$  = distanza fulcro- attacco molla,  $\theta$  = angolo molla-braccio.

### **3.2.3 Deriva dei gravimetri**

Il valore della gravità è in generale variabile nel tempo sostanzialmente a causa dell'attrazione luni-solare e dalla deformazione della crosta terrestre che ne consegue. Tale variazione diurna della gravità è detta *marea gravimetrica*. Se escludiamo tale effetto la gravità è da pensarsi puntualmente costante nel tempo; tuttavia ripetendo misurazioni successive relativamente ad un singolo punto si ottengono valori della gravità diversi. Ciò dipende dal fatto che, inevitabilmente, col passare del tempo, lo strumento di misura subisce uno spostamento, detto *deriva*, dello zero e i valori misurati ne sono influenzati. Le cause della deriva sono:

- variazioni di temperatura (cambiano la lunghezza delle molle ed il valore delle costanti elastiche)
- variazioni di pressione (cambiano la spinta di Archimede e, in condizioni adiabatiche, provocano effetti termici)
- eventuali sollecitazioni meccaniche
- invecchiamento
- isteresi delle molle

La deriva è ineliminabile. Per alcuni gravimetri è piccola e con andamento lineare.

### **3.2.4 Acquisizione dei dati**

Le osservazioni si effettuano sempre più spesso tramite *trasduzione del segnale*, ovvero trasformazione di grandezze meccaniche in grandezze elettromagnetiche. Ciò viene fatto sfruttando i principi di base della teoria dell'elettromagnetismo: induzione di corrente causata dal flusso variabile di un campo magnetico attraverso un conduttore (ad esempio un elemento magnetico in moto all'interno di un circuito elettrico). La corrente indotta in un opportuno circuito dà una misura del movimento meccanico in atto. Molto spesso si usano circuiti di compensazione (feedback), cioè circuiti che riportino il sistema in equilibrio, 'compensando', appunto, la corrente indotta in modo da produrre un effetto globale nullo: in tal caso si misura l'energia (corrente) utilizzata per riequilibrare il sistema.

Un tale sistema di acquisizione non dipende dall'osservatore, consente una risoluzione molto superiore e produce dati sotto forma di segnale elettrico, che è campionabile, digitalizzabile.

## **4. RETI GRAVIMETRICHE**

Le misure assolute di gravità sono difficili ed imprecise; si è pertanto convenuto di assumere il risultato di una misura assoluta come valore di riferimento per tutte le misure di gravità relative nel mondo (sistema di Potsdam). Il compito di trasportare il valore della gravità dal caposaldo di Potsdam agli altri capisaldi di riferimento, secondo un criterio che rispetti la precisione necessaria (almeno 1 mgal) è allora affidato a delle *reti gravimetriche*. La più importante tra queste è la rete mondiale del primo ordine, che collega Potsdam con un limitato numero di stazioni in modo da costruire dei poligoni la cui chiusura deve garantire la precisione richiesta.

Esistono oltre alle reti descritte (a carattere geodetico) anche reti di ordine successivo, reti regionali (stazioni a distanza di alcuni chilometri) nonché di dettaglio (usate per prospezioni geofisiche, le distanze tra le stazioni si riducono a qualche metro).

Di un rilievo gravimetrico è necessario conoscere la precisione con cui viene condotto: essa viene determinata attraverso la teoria degli errori. Per prospezioni di dettaglio la precisione può arrivare anche al centesimo di mgal; per rilievi regionali si tollerano errori medi maggiori.

## 5. MISURE GRAVIMETRICHE IN MARE

Le prime misure gravimetriche marine venivano effettuate attraverso pendoli a bordo di sottomarini. Con l'introduzione del gravimetro la misura della gravità in mari poco profondi poté essere svolta attraverso gravimetri racchiusi, insieme ad un operatore, in campane depositate sul fondo (per profondità di circa 20 m) oppure entro batimetri a tenuta stagna collocati sul fondo del mare (a profondità non superiori a 200 m) e telecomandati a bordo delle navi. Altrimenti si utilizzano oggi, a bordo di navi, gravimetri simili a quelli terrestri cui siano state apportate alcune modifiche (ampio campo di misura e grande smorzamento dell'equipaggio mobile reso insensibile alle accelerazioni orizzontali; sono costruiti in modo che la deriva risulti lineare e stabile).

Le misure gravimetriche marine presentano l'ovvia complicazione di dipendere sensibilmente dalla velocità e dalla rotta della nave: ad esempio se la nave si muove da Ovest verso Est, ovvero in modo concorde alla rotazione terrestre, la sua velocità va a sommarsi a quella del moto di rotazione, la forza centrifuga risulta irrobustita e la gravità viene pertanto ad essere sottostimata. Si devono quindi apportare delle correzioni esprimibili attraverso formule del tipo della seguente, che esprimono appunto la differenza tra la gravità effettiva e quella misurata da una stazione mobile:

$$\Delta g = g - g_a = 2 V \omega \sin(a) \cos(\varphi) + V^2 R^{-1} \quad (\text{Effetto Eötvös})$$

dove:  $V$  è la velocità della nave;  $\omega$  è la velocità angolare della Terra;  $a$  è l'azimut della rotta;  $\varphi$  è la latitudine geografica;  $R$  è il raggio della Terra.

Più recentemente le misure gravimetriche vengono effettuate attraverso gravimetri aeroportati soprattutto per ricognizioni di zone poco praticabili e sugli oceani: rispetto alle misure da navi ci sono complicazioni derivanti dall'alta velocità dell'aeromobile, dalle sue repentine variazioni di rotta, dalle accelerazioni e dal rollio non più trascurabili a cui si aggiungono gli effetti delle variazioni di quota.

Esempio di un moderno gravimetro marino: *Scintrex SeaGrav*

Lo *Scintrex SeaGrav* è uno strumento versatile, nel senso che può, a seconda delle diverse esigenze, essere utilizzato in vari modi: all'interno di sommergibili con equipaggio umano, lasciato entro contenitori sul fondo del mare e controllato a distanza (opzione necessaria per misure di gravità sul fondo degli oceani), oppure sospeso alla nave utilizzata per le ricerche e dislocato in profondità attraverso un argano.

Il sistema base dello *Scintrex SeaGrav* è costituito da un gravimetro terrestre a sensore modificato e da un'unità di controllo ed acquisizione dati esterna. Le due unità sono in collegamento tramite un cavo

della lunghezza di 10 metri. Nei casi di controllo remoto il sistema è corredato di un 'cordone ombelicale' di opportuna lunghezza.

L'elemento sensore basa il proprio funzionamento su un sistema elastico a quarzo fuso (preferibile a molle metalliche perché non interagisce col campo magnetico terrestre oltre che per le sue eccellenti qualità elastiche). La forza gravitazionale agente sulla massa-test è bilanciata dalla forza elastica di richiamo e dalla forza elettrostatica, relativamente piccola generata dal circuito di compensazione usato per la trasduzione del segnale.

Attraverso l'uso di sensori elettronici dell'inclinazione lo strumento è continuamente in grado di aggiornare l'informazione apportando le opportune correzioni dovute alla non perfetta orizzontalità.

Il sensore è inoltre sigillato in una camera sotto vuoto a temperatura stabilizzata in modo tale da essere protetto a fronte di variazioni della temperatura ambiente e della pressione atmosferica; a tale proposito, affinché non sia richiesto un tempo troppo lungo per la stabilizzazione del segnale è auspicabile che lo strumento operi entro certi condizioni esterne limite (i limiti di operatività vengono definiti in base alle esigenze dell'utenza).

*Caratteristiche del sensore:*

Dimensioni:	275 x 216 x 295 mm
Peso:	7,5 kg
Precisione strumentale:	1 $\mu$ gal
Deviazione Standard:	<10 $\mu$ gal
Range di operatività	8000 mgal
Deriva	< 0,02 mgal/giorno

Per quanto riguarda l'acquisizione dei dati, in uscita si possono avere segnali analogici (convenienti per certe applicazioni) o digitali: in ogni caso le misurazioni acquisite in condizioni di instabilità vengono automaticamente compensate: dal segnale si eliminano errori di misura dovuti a shock esterni locali o vibrazioni e si escludono misure affette da errori grossolani (ovvero esterne ad un certo range) in modo che non influenzino il dato compensato. L'opzione segnale digitale prevede anche che appositi software apportino automaticamente correzioni per la deriva lineare, la temperatura, la non orizzontalità nel posizionamento del sensore.