



## METODI DI VERIFICA DELLA STABILITÀ DEI PENDII IN CONDIZIONI SISMICHE

- Metodi pseudostatici
- Metodi dinamici degli spostamenti
- Metodi dinamici sforzi-deformazioni

Si differenziano per:

- modo con cui viene schematizzata l'azione sismica (costante o funzione del tempo, descritta mediante uno o più parametri rappresentativi o mediante l'intera storia temporale)
- modello di comportamento dei terreni (rigido-plastico, elasto-plastico,..)
- parametro di riferimento per la valutazione delle condizioni di stabilità (fattore di sicurezza, entità dello spostamento, livello tensionale)
- tipo di approccio analitico o numerico utilizzato (equilibrio limite, analisi limite, differenze finite, elementi finiti)
- condizione limite di riferimento (stato limite ultimo o di esercizio)

43



## SCELTA DEL METODO DI ANALISI

### Indicazioni normative

In base al D.M. 14.01.2008:

- possono essere usati metodi **pseudostatici**, metodi dinamici **degli spostamenti** e metodi di **analisi dinamica**, tenendo conto dei possibili incrementi di pressione interstiziale nei terreni saturi e della riduzione di resistenza al taglio al crescere delle deformazioni

Per informazione:

- il D.M.16.1.1996 non contiene alcuna indicazione sul tipo di metodo da utilizzare
- l'EC8 prescrive che le analisi siano condotte con metodi dinamici, riservando i metodi pseudostatici ai casi in cui la topografia e la stratigrafia non presentino forti irregolarità e i terreni non presentino in condizioni cicliche significativi incrementi delle pressioni interstiziali o degradazione della resistenza

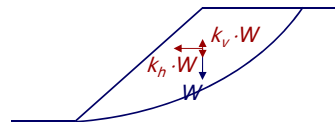
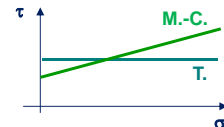
44



## METODI PSEUDOSTATICI

### Ipotesi:

- terreno rigido perfettamente plastico
- rottura contemporanea in tutti i punti della superficie di scorrimento (**fattore di sicurezza costante lungo la superficie di scorrimento**)
- criteri di resistenza sulla superficie di scorrimento:
  - $\tau_f = c' + \sigma'_n \tan \varphi'$  (**Mohr-Coulomb**) (in tensioni efficaci)
  - $\tau_f = c_u$  (**Tresca**) (in tensioni totali)
- azione sismica rappresentata da una forza di inerzia **statica** equivalente proporzionale al peso  $W$  della massa potenzialmente instabile ( $K_h$  e  $K_v$  costanti nel tempo)



45



## METODI PSEUDOSTATICI

Generalmente si fa riferimento ad uno schema bidimensionale.

Oltre al caso di:

- *pendio indefinito*

soluzioni 'esatte' in forma chiusa possono essere ottenute applicando **metodi globali dell'equilibrio limite o dell'analisi limite** per:

- *pendio omogeneo di altezza limitata con superficie di scorrimento piana*
- *pendio omogeneo di altezza limitata con superficie di scorrimento a forma di arco di spirale logaritmica (incluse le superfici circolari con  $\varphi=0$ )*

In tutti gli altri casi (anche per condizioni geometriche, litologiche e di carico complesse), si utilizzano i **metodi all'equilibrio limite delle strisce**, generalmente implementati in codici di calcolo automatico. Tali metodi introducono ipotesi semplificative sulle mutue azioni tra le strisce e forniscono soluzioni (conservative) 'approssimate'

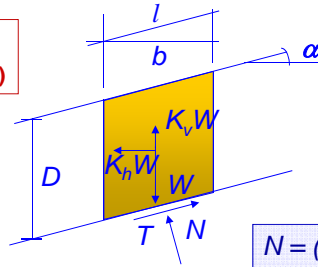
46



## METODI PSEUDOSTATICI

### CASO DEL PENDIO INDEFINITO

$c' \neq 0; \varphi' \neq 0;$   
 $u = 0$  (assenza di falda)



$$W = \gamma \cdot b \cdot D$$

$$l = b / \cos \alpha$$

$K_v$  positivo

$$N = (1 \pm K_v)W \cos \alpha - K_h W \sin \alpha$$

$$T = (1 \pm K_v)W \sin \alpha + K_h W \cos \alpha$$

$$T_f = c' \cdot l + N \tan \varphi'$$

$$F_s = T_f / T$$

$$F_s = \frac{c'}{\gamma D \cos^2 \alpha [K_h + (1 \pm K_v) \tan \alpha]} + \frac{[(1 \pm K_v) - K_h \tan \alpha]}{K_h + (1 \pm K_v) \tan \alpha} \cdot \tan \varphi'$$

47



## METODI PSEUDOSTATICI

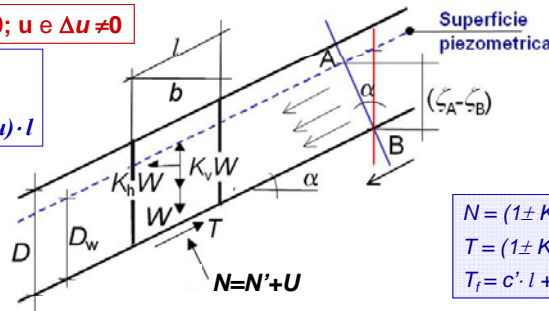
### CASO DEL PENDIO INDEFINITO

$c' \neq 0; \varphi' \neq 0; u$  e  $\Delta u \neq 0$

$$W = \gamma \cdot b \cdot D$$

$$l = b / \cos \alpha$$

$$U = (u_0 + \Delta u) \cdot l$$



Superficie piezometrica  $h_A = h_B$

$$h_A = \zeta_A ; h_B = \zeta_B + \frac{u_B}{\gamma_w}$$

$$u_B = \gamma_w \cdot (\zeta_A - \zeta_B)$$

$$u_0 = u_B = \gamma_w D_w \cos^2 \alpha$$

$$N = (1 \pm K_v)W \cos \alpha - K_h W \sin \alpha$$

$$T = (1 \pm K_v)W \sin \alpha + K_h W \cos \alpha$$

$$T_f = c' \cdot l + (N - U) \tan \varphi'$$

$$F_s = T_f / T$$

$$F_s = \frac{c'}{\gamma D \cos^2 \alpha [K_h + (1 \pm K_v) \tan \alpha]} + \frac{(1 - r_u) \cdot (1 - \Delta u^*) - K_h \tan \alpha \pm K_v}{K_h + (1 \pm K_v) \tan \alpha} \cdot \tan \varphi'$$

$$r_u = \frac{u_0}{\sigma_0}; \Delta u^* = \frac{\Delta u}{\sigma_0}$$

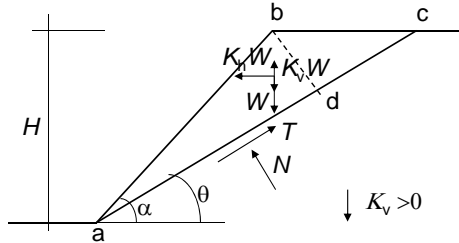
$u_0$  = pressione interstiziale statica iniziale sulla s.d.s. =  $\gamma_w D_w \cos^2 \alpha$   
 $\sigma_0$  = tensione totale normale statica iniziale sulla s.d.s. =  $\gamma D \cos^2 \alpha$   
 $\sigma'_0$  = tensione efficace normale statica iniziale sulla s.d.s. =  $\sigma_0 - u_0$

48



## METODI PSEUDOSTATICI

### CASO DEL CUNEO PIANO



$$c' \neq 0; \varphi' \neq 0; u \neq 0$$

$$\bar{ac} = H / \sin \vartheta \quad ; \quad \bar{bd} = H \sin(\alpha - \vartheta) / \sin \alpha$$

$$Area(abc) = \frac{1}{2} H^2 \frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\sin \alpha \cdot \sin \vartheta}$$

$$W = \gamma \cdot A = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cdot (\cot \alpha \sin \vartheta - \cot \alpha \alpha)$$

Equilibrio alla traslazione in direzione perpendicolare e parallela alla superficie:

$$\begin{aligned} N &= W \cos \vartheta - K_h W \sin \vartheta \pm K_v W \cos \vartheta \\ T &= W \sin \vartheta + K_h W \cos \vartheta \pm K_v W \sin \vartheta \\ T_f &= c'(\bar{ac}) + (N - U) \tan \varphi' \end{aligned}$$

$$F_S = T_f / T \Rightarrow F_S = \frac{c' \cdot \bar{ac} + [(1 \pm K_v) W \cos \vartheta - K_h W \sin \vartheta - U] \tan \varphi'}{W [(1 \pm K_v) \sin \vartheta + K_h \cos \vartheta]}$$

49



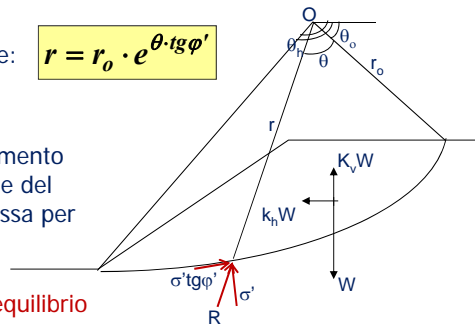
## METODI PSEUDOSTATICI

### CASO DELLA SPIRALE LOGARITMICA

$$c' \neq 0; \varphi' \neq 0$$

La superficie ha equazione:  $r = r_0 \cdot e^{\theta - \tan \varphi'}$

- È da osservare che :  
in ogni punto della superficie di scorrimento la risultante R della tensione normale e del contributo frizionale alla resistenza passa per il centro della spirale O



Il problema viene risolto imponendo l'equilibrio globale alle rotazioni intorno ad O

- il momento  $M^{(e)}$  delle forze esterne (peso, forze d'inerzia, eventuali carichi) è noto; il momento delle forze resistenti  $M^{(r)}$  vale:

$$M^{(r)} = \int_l c' \cdot r dl = \int_0^{\theta_h - \theta_0} c' \cdot r^2 d\theta$$

- il coefficiente di sicurezza è dato da:

$$F_S = M^{(r)} / M^{(e)}$$

50



## METODI PSEUDOSTATICI

### ELEMENTI CHIAVE:

- Valore del coefficiente sismico pseudostatico
- Valore del coefficiente di sicurezza

51

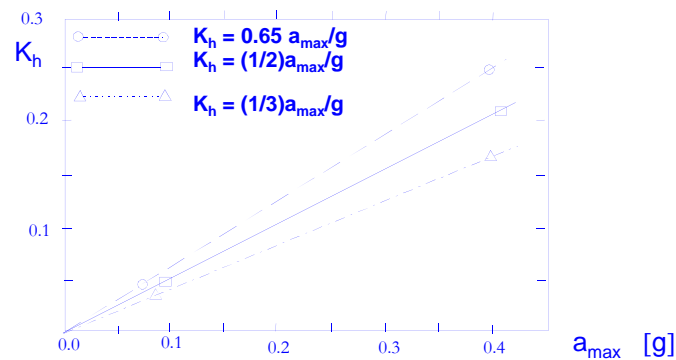


## METODI PSEUDOSTATICI

### 1. VALORE DEL COEFFICIENTE SISMICO PSEUDOSTATICO

L'accelerazione equivalente  $K \cdot g$  può essere anche molto inferiore al picco di accelerazione  $a_{max}$  del terremoto di progetto

In letteratura, Marcuson (1981) :  $K_h = 0,5 \cdot a_{max}/g$  e  $0,33 \cdot a_{max}/g$



52



## METODI PSEUDOSTATICI

### 1. VALORE DEL COEFFICIENTE SISMICO PSEUDOSTATICO

#### Indicazioni normative

Il D.M. 14.01.2008 prescrive, in mancanza di studi specifici (analisi di RSL):

$$K_h = \beta_s \cdot (S \cdot a_g) / g \quad \text{e} \quad K_v = \pm 0.5 \cdot K_h$$

$\swarrow$   
 $a_{max}$

con

$S = S_s \cdot S_T$  = coefficiente che comprende  
l'effetto dell'amplificazione  
stratigrafica ( $S_s$ ) e topografica ( $S_T$ )

$\beta_s$  = coefficiente di riduzione dell'accelerazione  
massima attesa al sito  $\longrightarrow$

	Categoria di sottosuolo	
	A	B,C,D,E
$0.2 < a_g(g) < 0.4$	0.30	0.28
$0.1 < a_g(g) < 0.2$	0.27	0.24
$a_g(g) \leq 0.1$	0.20	0.20

Per informazione:

- il D.M.16.1.1996 non contiene alcuna indicazione sul valore del coefficiente sismico pseudostatico; nella pratica si assume  $K_h = C$  (coefficiente sismico strutturale)
- nell'EC8  $\beta_s = 0.5$ ,  $K_v = \pm 0.5 \cdot K_h$ , oppure  $\pm 0.33 \cdot K_h$ , in relazione alla sismicità del sito

53



## METODI PSEUDOSTATICI

### 2. VALORE DEL COEFFICIENTE DI SICUREZZA

#### Indicazioni normative

Nel D. M. 14.01.2008 vengono distinti i pendii naturali da rilevati e fronti di scavo:

**Pendii naturali**  $\rightarrow$  è definito **livello di sicurezza** il rapporto tra resistenza al taglio disponibile (calcolata con i valori caratteristici) e sforzo di taglio mobilitato

- la scelta del valore spetta al progettista in dipendenza del livello di conoscenza raggiunto (valori minori se il livello di conoscenza è elevato)

**Opere di materiali sciolti e fronti di scavo**  $\rightarrow$  devono essere calcolate le azioni destabilizzanti ( $E_d$ ) e resistenti ( $R_d$ ) di progetto applicando opportuni coefficienti di sicurezza parziali (Approccio 1- Combinazione 2) e verificando che  $E_d \leq R_d$

Per informazione:

- anche la previgente normativa (DD.MM. 11.03.1988 e 16.1.1996) non contiene indicazioni sul valore del coefficiente di sicurezza da assumere per i pendii naturali; per rilevati e fronti di scavo era imposto  $FS=1.3$  in condizioni statiche;
- per le dighe in terra in condizioni sismiche (per qualunque condizione di esercizio) è richiesto  $FS=1.2$  (per le verifiche statiche  $FS$  dipende dalla condizione di esercizio)

54



## METODI PSEUDOSTATICI

### Analisi pseudostatica inversa

- Alla condizione di collasso incipiente ( $F_S = 1$ ) corrisponde il valore del **coefficiente sismico critico,  $K_c$**

$$a_c = K_c \cdot g = \text{accelerazione critica}$$

- Il giudizio sulle condizioni di sicurezza è basato sul valore dell'accelerazione critica

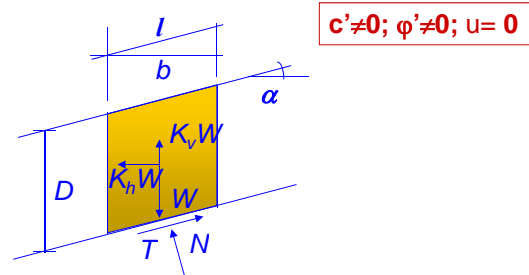
<b>Stato del pendio</b>	<b>Accelerazione critica <math>a_c</math></b>
Instabile	$a_c < 0.01g$
Precario	$0.01g < a_c < 0.1g$
Moderatamente stabile	$0.1g < a_c < 0.3g$
Piuttosto stabile	$0.3g < a_c < 0.5g$
Stabile	$0.5g < a_c < 0.7g$
Molto stabile	$a_c > 0.7g$

55



## METODI PSEUDOSTATICI

### Analisi pseudostatica inversa – Caso del pendio indefinito



per  $K_v = 0$  il coefficiente sismico critico ( $K_c = K_h$  per  $F_S = 1$ ) vale (v. DIA 47):

$$K_c = \frac{c'}{\gamma D \cos^2 \alpha (1 + \tan \alpha \tan \varphi')} + \frac{\tan \varphi' - \tan \alpha}{(1 + \tan \alpha \tan \varphi')}$$

56



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

Dal modello di blocco rigido di Newmark (1965) derivano i metodi degli spostamenti, nei quali:

- l'azione sismica è definita da una funzione temporale (generalmente un accelerogramma)
- gli effetti dell'azione sismica vengono valutati in termini di spostamenti accumulati
- la sicurezza è stimata confrontando lo spostamento cumulato con quello ammissibile

Tali metodi consentono di:

- superare il limite intrinseco dell'approccio pseudostatico che utilizza sollecitazioni statiche e costanti nel tempo
- tener conto del fatto che la risposta del pendio dipende anche dalle caratteristiche dell'accelerogramma

57



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

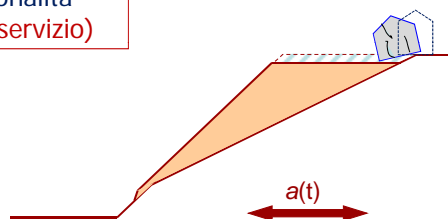
### Principio:

una caduta temporanea del fattore di sicurezza a valori  $< 1$  può non corrispondere a una condizione di rottura

collasso generalizzato  
(stato limite ultimo)  
perdita di funzionalità  
(stato limite di servizio)



superamento di una soglia  
critica di spostamento

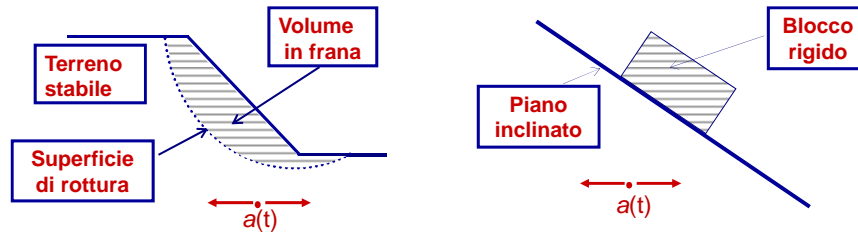


58





## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI



- la massa di terreno potenzialmente in frana (con cinematismo traslativo o rotazionale) è assimilata ad un blocco rigido che scorre sul terreno stabile
- il blocco potenzialmente in frana si sposta lungo la superficie di scorrimento ogni qual volta l'accelerazione  $a(t)$  supera il valore di soglia,  $a_c$ , caratteristico delle condizioni di equilibrio limite ( $F_S = 1$ )
- lo spostamento continua fino a quando l'accelerazione, cambiando di segno, è tale da annullare la velocità relativa tra la massa in frana e il terreno stabile

lo spostamento finale dipende da:

- durata, ampiezza e contenuto in frequenza del sisma [ $a(t)$ ]
- caratteristiche geotecniche e geometriche del pendio [ $a_c$ ]

59



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Ipotesi del metodo originario (Newmark, 1965):

1. schema bidimensionale
2. unico accelerogramma di progetto applicato a tutto il corpo di frana (accelerazione sismica  $a(t) = \text{costante nello spazio}$ )\*
3. uguale resistenza al taglio del terreno in condizioni statiche e dinamiche ( $c_u$  oppure  $c'$ ,  $\varphi'$  e  $u$  costanti  $\Rightarrow$  accelerazione critica  $a_c = K_c g$  costante nel tempo)\*
4. non sono ammessi spostamenti della massa verso monte

\* tali ipotesi possono essere rimosse

60



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Fasi di analisi:

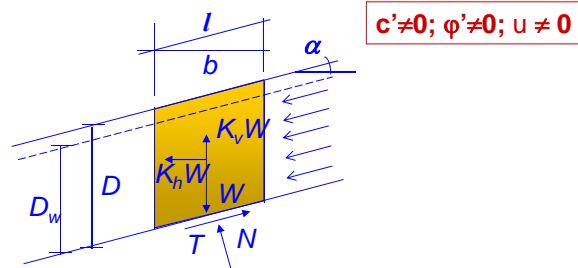
1. scelta dell'accelerogramma/i di progetto
2. ricerca della superficie di scorrimento alla quale corrispondono condizioni di equilibrio limite ( $F_S=1$ ) e determinazione del relativo coefficiente sismico critico  $K_c$
3. calcolo degli spostamenti mediante doppia integrazione dell'equazione di moto relativo nel dominio del tempo
4. verifica di ammissibilità degli spostamenti calcolati

61



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Coefficiente sismico critico: pendio indefinito



per  $K_v = 0$  il coefficiente sismico critico ( $K_c = K_h$  per  $F_S=1$ ) vale:

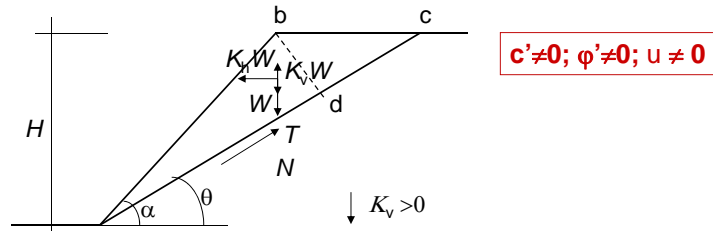
$$K_c = \frac{c'}{\gamma D \cos^2 \alpha (1 + \tan \alpha \tan \phi')} + \frac{\left(1 - \frac{\gamma_w D_w}{\gamma D}\right) \tan \phi'}{1 + \tan \alpha \tan \phi'} - \frac{\tan \alpha}{1 + \tan \alpha \tan \phi'}$$

62



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Coefficiente sismico critico: cuneo piano



per  $K_v = 0$  il coefficiente sismico critico ( $K_c = K_h$  per  $F_s = 1$ ) vale:

$$K_c = \frac{c' \cdot \bar{a}\bar{c}}{W \cos \vartheta (1 + \tan \vartheta \tan \varphi')} + \tan(\varphi' - \vartheta) - \frac{U \tan \varphi'}{W \cos \vartheta (1 + \tan \vartheta \tan \varphi')}$$

63

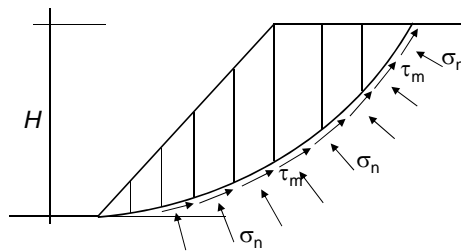
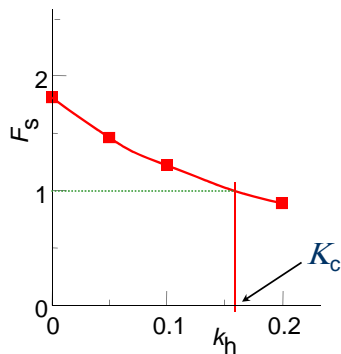


## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Coefficiente sismico critico: metodi delle strisce

Procedimento:

- 1) si assume  $K_h$  di tentativo e si ricerca  $F_{s,min}$  (con s.d.s. associata)
- 2) si traccia la curva  $F_s - K_h$  eseguendo il calcolo per diversi valori di  $K_h$
- 3) si determina  $K_c = K_h$  corrispondente a  $F_s = 1$



64



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI Calcolo degli spostamenti

### BLOCCO SU PIANO ORIZZONTALE

Per il 2° principio della dinamica:

$$m \cdot a_{rel}(t) = [K_h(t) - K_c] W = [K_h(t) - K_c] mg$$

quindi l'**accelerazione relativa** vale:

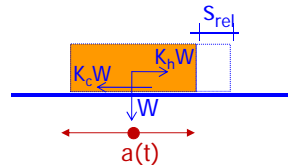
$$a_{rel}(t) = [K_h(t) - K_c] g = a(t) - k_c \cdot g$$

la velocità relativa:  $v_{rel}(t) = \int a_{rel}(t) dt$

lo spostamento relativo:  $s_{rel}(t) = \iint a_{rel}(t) dt$

Si osserva che:

- nell'istante in cui  $a_{rel}$  passa da  $<0$  a  $>0$  ( $a(t)$  da minore a maggiore di  $k_c \cdot g$ )  $v_{rel}$  e  $s_{rel}$  inizialmente nulli, diventano  $>0$ ;
- nell'istante in cui  $a_{rel}$  passa da  $>0$  a  $<0$  ( $a(t)$  da maggiore a minore di  $k_c \cdot g$ )  $v_{rel}$  ha un massimo e  $s_{rel}$  un flesso; da tale istante in poi  $v_{rel}$  inizia a diminuire fino ad annullarsi e  $s_{rel}$  cresce progressivamente meno fino a diventare costante



65



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Blocco su piano orizzontale: spostamento per impulso rettangolare

per  $t_0 < t < t_0 + \Delta t$ :

$$a_{rel} = (K - N)$$

posto  $v_{rel}(t_0) = 0$  e  $s_{rel}(t_0) = 0$  si ha:

$$v_{rel}(t_0 + \Delta t) = (K - N) \Delta t$$

$$s_{rel}(t_0 + \Delta t) = 1/2 [(K - N) \Delta t^2]$$

per  $t > t_0 + \Delta t$ :

$$a_{rel} = -N$$

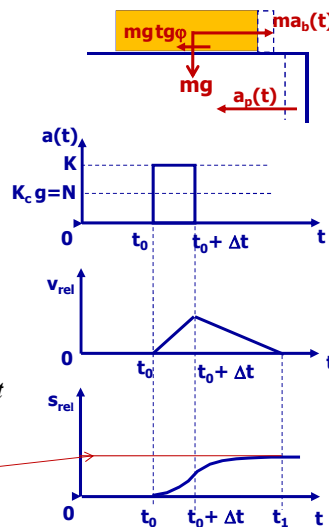
$$v_{rel} = -N(t - t_0 - \Delta t) + v_{rel}(t_0 + \Delta t)$$

la velocità relativa si annulla in:

$$t_1 = (K \Delta t + N t_0) / N = t_0 + K \Delta t / N$$

quindi:  $s_{rel}(t_1) = \frac{1}{2} (K - N) \Delta t^2 + \int_{t_0 + \Delta t}^{t_1} v_{rel}(t) dt$

ovvero:  $s_{rel}(t_1) = \frac{1}{2} (K - N) \Delta t^2 \frac{K}{N}$



66



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

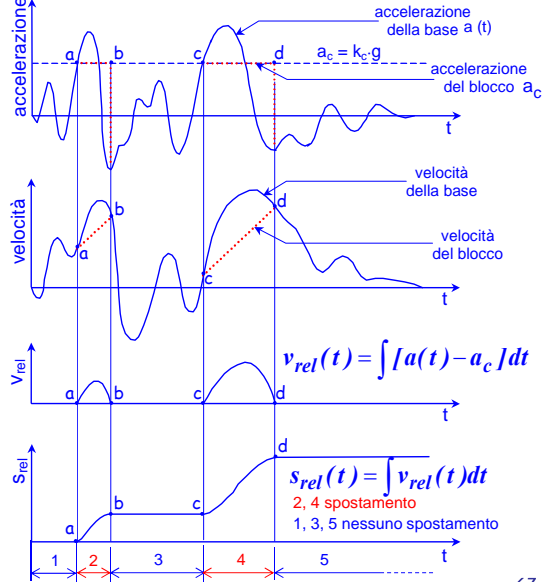
### BLOCCO DI NEWMARK SU PIANO ORIZZONTALE

**spostamento permanente (spostamento finale cumulato)**

$S_{rel} = S_0$  = sommatoria degli spostamenti parziali calcolati nei singoli intervalli di tempo in cui  $v_{rel} \neq 0$

Lo spostamento finale cumulato di un blocco rigido su un piano orizzontale vibrante dipende da:

- contenuto in frequenza e ampiezza dell'accelerogramma
- coefficiente sismico critico,  $k_c$



67



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Equazione di moto per pendio indefinito

$c' \neq 0; \varphi' \neq 0; u \text{ e } \Delta u \neq 0$

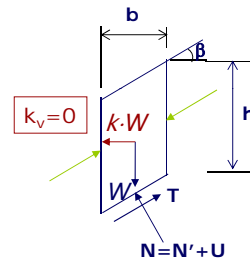
all'equilibrio limite (1):  $0 = T(k_c) - T_f(k_c)$

in moto relativo (2):  $m \ddot{x}(t) = T[k_h(t)] - T_f[k_h(t)]$

$T_f = c' b / \cos \beta + (W \cos \beta - k_h \cdot W \sin \beta - U) \cdot \tan \varphi'$

$T = W(\sin \beta + k_h \cdot \cos \beta)$

sottraendo (1) da (2)  $m \cdot \ddot{x}(t) = [T(k_h) - T(k_c)] - [T_f(k_h) - T_f(k_c)]$



da cui :

$$\ddot{x}(t) = [k_h(t) - k_c] \cdot g \cdot \frac{\cos(\beta - \varphi')}{\cos \varphi'} \quad \text{per analisi in t. efficaci}$$

$a_{rel}(t)$  del blocco su p. orizz.  $\rightarrow S_{rel} = S_0$  **A**

$$\ddot{x}(t) = [k_h(t) - k_c] \cdot g \cdot \cos \beta \quad \text{per analisi in t. totali}$$

68



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

In definitiva, lo spostamento finale cumulato della massa in frana nella direzione della superficie di scorrimento è dato da:

$$S = S_0 \cdot A$$

$S_0$  = spostamento del blocco rigido su un piano orizzontale vibrante dipendente da:

- contenuto in frequenza e ampiezza dell'accelerogramma
- coefficiente sismico critico,  $k_c$ , funzione delle caratteristiche geometriche e geotecniche del pendio

$A$  = fattore di forma dipendente da:

- geometria del pendio
- caratteristiche di resistenza del terreno
- forma della superficie di scorrimento

### Nota:

$S_0$  può essere stimato per via numerica o tramite correlazioni empiriche con uno o più parametri rappresentativi del moto sismico ( $a_{max}$ ,  $I_A$ ,  $P_{Dr}$ ,  $T_0$ )

$A$  è determinabile per forme semplici della s.d.s. (varia orientativamente tra **1 e 1.3**)

69



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Correlazioni empiriche per la determinazione di $S_0$

#### Newmark (1965)

$$S_{0,max} = \frac{v_{max}^2}{2a_c} \left( \frac{a_{max}}{a_c} \right)$$

limite sup.

#### Ambraseys & Menu (1988)

(11 ev., 50 reg.,  $M = 6.6 \div 7.2$ )

$$\log S_0 = 0.90 + \log \left[ \left( 1 - \frac{a_c}{a_{max}} \right)^{2.53} \left( \frac{a_c}{a_{max}} \right)^{-1.09} \right]$$

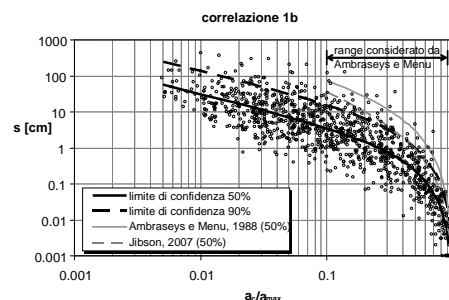
mediana

#### Madiai (2009) (1)

(46 ev. it., 196 reg.,  $M = 4.0 \div 6.3$ )

$$\log S_0 = -0.217 + \log \left[ \left( 1 - \frac{a_c}{a_{max}} \right)^{2.26} \left( \frac{a_c}{a_{max}} \right)^{-0.857} \right]$$

$S_0$  (cm)



70



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Correlazioni empiriche per la determinazione di $S_0$

**Whitman & Liao (1984)**  
(37 accel., 169 reg.,  $M = 6.3+6.7$ )

$$S_0 = 37 \cdot \left( \frac{v_{\max}^2}{a_{\max}} \right) \cdot e^{-9.4 \frac{a_c}{a_{\max}}}$$

**Madiai (2009) (2)**  
(46 ev. it., 196 reg.,  $M=4.0+6.3$ )

$$S_0 = 3.89 \cdot \left( \frac{v_{\max}^2}{a_{\max}} \right) \cdot \left( 1 - \frac{a_c}{a_{\max}} \right)^{2.57} \cdot \left( \frac{a_c}{a_{\max}} \right)^{-0.69}$$

71



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Correlazioni empiriche per la determinazione di $S_0$

**Jibson (2007)**  
(13 ev., 555 reg.)

$$\log S_0 = -3.230 - 3.481 \cdot \log \frac{a_c}{g} + 2.401 \cdot \log I_a$$

**Madiai (2009) (3)**  
(46 ev. it., 196 reg.,  $M=4.0+6.3$ )

$$S_0 = 0.156 \cdot I_a \cdot \left( 1 - \frac{a_c}{a_{\max}} \right)^{2.60} \cdot \left( \frac{a_c}{a_{\max}} \right)^{-0.60}$$

intensità di Arias

$$I_a = \frac{\pi}{2g} \int_{T_D} a^2(t) dt$$

$I_a$  (m/s)

$S_0$  (cm)

$T_D$ =durata

72



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Correlazioni empiriche per la determinazione di $S_0$

**Crespellani et al. (1998)**  
(155 ev., 310 acc.)

$$S_0 = 0.011 \cdot (P_D)^{0.977} \cdot \left(\frac{a_c}{g}\right)^{-1.338}$$

$$P_D = \frac{I_a}{v_0^2} \quad : \text{potenziale sismico distruttivo}$$

$v_0 = \text{n. di incroci con l'asse dei tempi nell'unità di tempo}$

**Madiai (2009) (4)**  
(46 ev. it., 196 reg.,  $M=4.0+6.3$ )

$$S_0 = 1.90 \cdot P_D \cdot \left(1 - \frac{a_c}{a_{\max}}\right)^{2.72} \cdot \left(\frac{a_c}{a_{\max}}\right)^{-0.60}$$

$$P_D (10^{-4} \cdot g \cdot s^3)$$

$$S_0 (\text{cm})$$

73



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Correlazioni empiriche per la determinazione di $S_0$

**Cai e Bathurst (1996)**  
(4 ev. + 5 esplosioni nucleari)

$$\log\left(\frac{4S_0}{a_{\max} T^2}\right) = 0.85 - 3.91 \cdot \left(\frac{a_c}{a_{\max}}\right)$$

$$T = \text{periodo medio} = \text{durata} / \text{n. di semi-incroci con l'asse dei tempi (s)}$$

$$a_{\max} (\text{cm/s}^2)$$

**Madiai (2009) (5)**  
(46 ev. it., 196 reg.,  $M=4.0+6.3$ )

$$S_0 = 0.978 \cdot \frac{a_{\max} \cdot T^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{a_c}{a_{\max}}\right)^{2.554} \cdot \left(\frac{a_c}{a_{\max}}\right)^{-0.704}$$

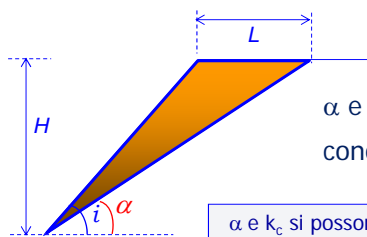
74





## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

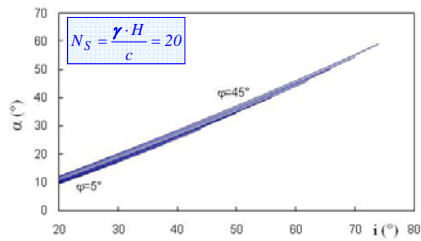
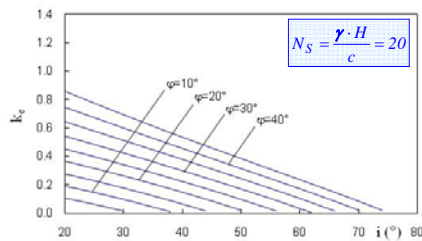
### Fattore di forma A: cuneo piano



$$A = \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \varphi} \quad \alpha \text{ non è noto a priori}$$

$\alpha$  e  $k_c$  possono essere ricavati imponendo la condizione di minimo:  $\left(\frac{dk_h}{d\alpha} = 0\right)$

$\alpha$  e  $k_c$  si possono trovare anche in grafici e/o tabelle di letteratura (es. Madiai & Vannucchi, 1997)



75



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### ELEMENTI CHIAVE:

- Accelerogramma di progetto
- Valore dello spostamento ammissibile

NB: GLI SPOSTAMENTI CALCOLATI DEVONO ESSERE RITENUTI PRUDENZIALMENTE SOLO UN INDICE PRESTAZIONALE

76



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Elementi chiave

#### 1. ACCELEROGRAMMA DI PROGETTO

Dovrebbe essere scelto accuratamente dopo un'analisi dettagliata della pericolosità sismica regionale e un'analisi statistica dei dati strumentali a scala regionale. In assenza di tali studi, è consigliabile confrontare gli effetti di più accelerogrammi (almeno 5), registrati in zone prossime al sito e opportunamente (poco) scalati

#### 2. VALORE DELLO SPOSTAMENTO AMMISSIBILE

Dipende da molti fattori (p. es. presenza e natura di strutture/infrastrutture esistenti, livello di protezione desiderato, gravità dei danni connessi ad un eventuale movimento franoso). In mancanza di un riferimento specifico per il caso in esame, si possono seguire alcune indicazioni di letteratura

77



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Spostamenti ammissibili

Lo spostamento ammissibile dipende da:

- tipo di pendio (naturale o artificiale) e caratteristiche del terreno
- interazione con manufatti esistenti
- livello di protezione assegnato e conseguenze di un'eventuale frana

Le linee guida per l'analisi e la mitigazione del rischio di frana in California (ASCE, 2002) indicano uno spostamento ammissibile di:

- **5 cm** per superfici di scorrimento che coinvolgono manufatti rigidi
- **15 cm** per cinematismi di collasso che si sviluppano in terreni con **curve sforzi-deformazioni di tipo incrudente** e non interagiscono con manufatti esistenti

Nel caso di terreni con **curve sforzi-deformazioni di tipo rammollente** 15 cm è ragionevole se  $K_c$  è calcolato utilizzando le caratteristiche di resistenza di post-picco o residua, mentre è opportuno assumere  $S_{amm} = 5$  cm se  $K_c$  è calcolato con i parametri di picco della resistenza al taglio

78



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Spostamenti ammissibili

Relazione fra spostamenti osservati e danno strutturale (Legg & Slosson, 1984)

livello di danno	spostamento (cm)
irrilevante	< 0.5
modesto	0.5÷5
forte	5÷50
severo	50÷500
catastrofico	> 500

Spontamenti ammissibili di pendii naturali stabiliti dallo State of Alaska  
Geotechnical Evaluation Criteria Committee (Idriss, 1985)

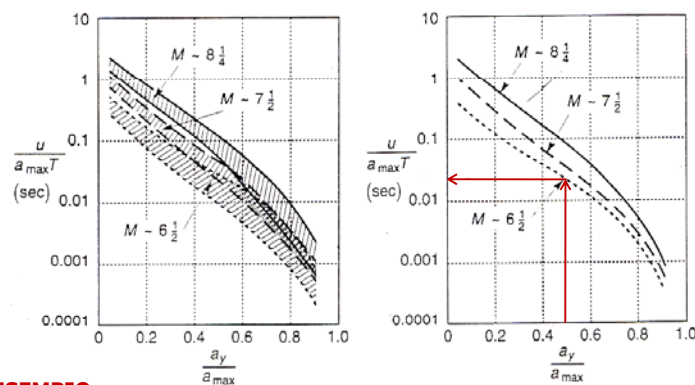
livello di danno	spostamento (cm)
irrilevante	< 3
modesto	15
forte	30
severo	90
catastrofico	300

79



## METODI DINAMICI DEGLI SPOSTAMENTI

### Grafici per la stima degli spostamenti



**ESEMPIO:**

**dati**

$a_{max}$  = picco di accelerazione =  $0.4g \cong 400\text{cm/s}^2$   
 $a_y = K_c \cdot g$  = accelerazione critica del pendio =  $0.2g$   
 $T$  = periodo fondamentale del terremoto =  $0.4\text{ s}$   
 $M$  = magnitudo =  $6.5$

**risultati**

$a_y / a_{max} = 0.5$   
 $u / (a_{max} T) \cong 0.025\text{ sec}$   
 **$u$  = spostamento del blocco =**  
 $= 0.025 \cdot 0.4 \cdot 400 \cong 4\text{ cm}$

80



## METODI PSEUDOSTATICI – METODI DEGLI SPOSTAMENTI

### METODI PSEUDOSTATICI

Vantaggi :

- semplicità di impiego
- possibilità di considerare gli effetti della morfologia, della stratigrafia, superfici di scorrimento irregolari, la variabilità delle proprietà geotecniche

Limiti:

- azione sismica costante
- difficoltà nella scelta di un opportuno coefficiente sismico

### METODI DEGLI SPOSTAMENTI

Vantaggi :

- migliore interpretazione del comportamento dei pendii durante i terremoti

Limiti:

- richiedono pesanti semplificazioni delle condizioni stratigrafiche e morfologiche

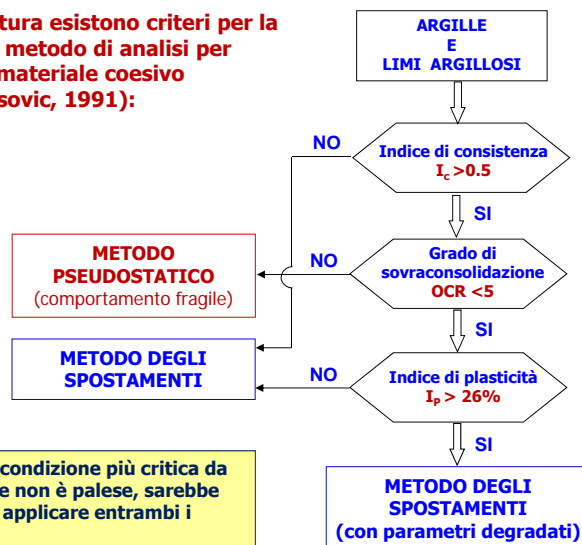
81



## METODI PSEUDOSTATICI – METODI DEGLI SPOSTAMENTI

### Criteri di scelta del metodo di analisi

**In letteratura esistono criteri per la scelta del metodo di analisi per pendii in materiale coesivo (es. Matasovic, 1991):**



Quando la condizione più critica da considerare non è palese, sarebbe opportuno applicare entrambi i metodi

82

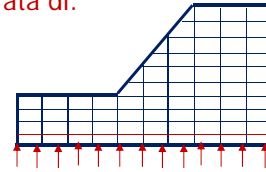


## METODI DINAMICI SFORZI-DEFORMAZIONI

- Le equazioni dinamiche del moto vengono risolte mediante metodi di integrazione numerica agli elementi finiti o alle differenze finite implementate in codici di calcolo
- E' possibile seguire l'andamento nel tempo e nello spazio l'evoluzione dello stato di sforzo e di deformazione e degli spostamenti

Per un'analisi affidabile si richiede una stima accurata di:

- stratigrafia
- stato tensionale efficace iniziale
- storia di carico sismico
- regime delle pressioni interstiziali
- caratteristiche di rigidezza e resistenza dei terreni in condizioni statiche, dinamiche e cicliche



**PERTANTO**



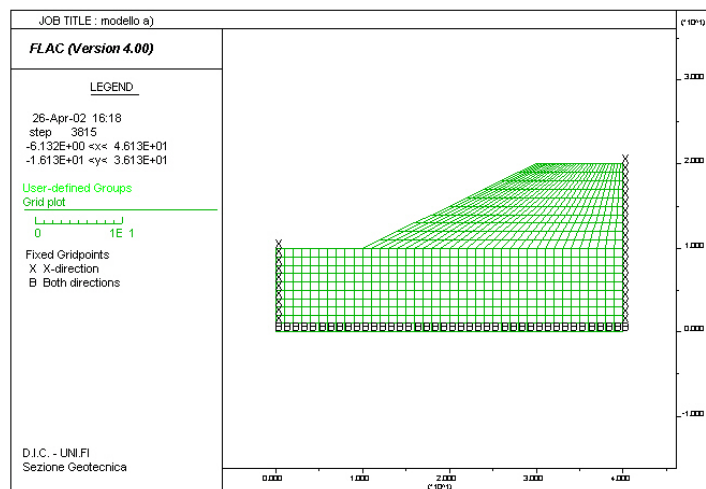
Le analisi dinamiche avanzate sono di fatto applicabili solo ai pendii artificiali (dighe in terra e grandi rilevati)

83



## METODI DINAMICI SFORZI-DEFORMAZIONI

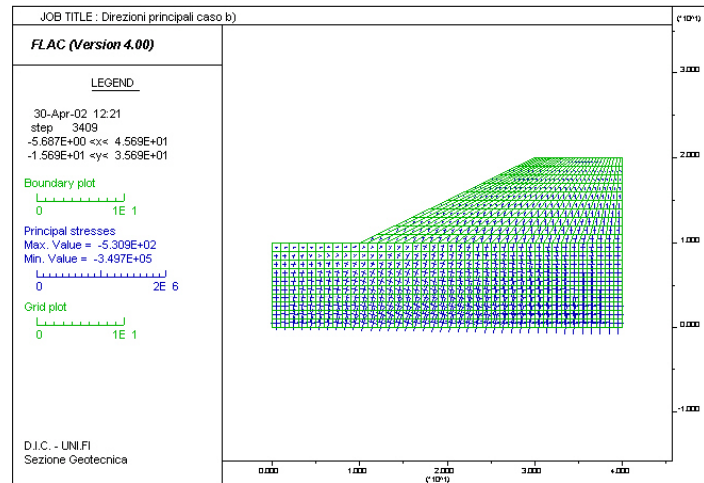
### Esempio di mesh per FLAC (differenze finite)



84



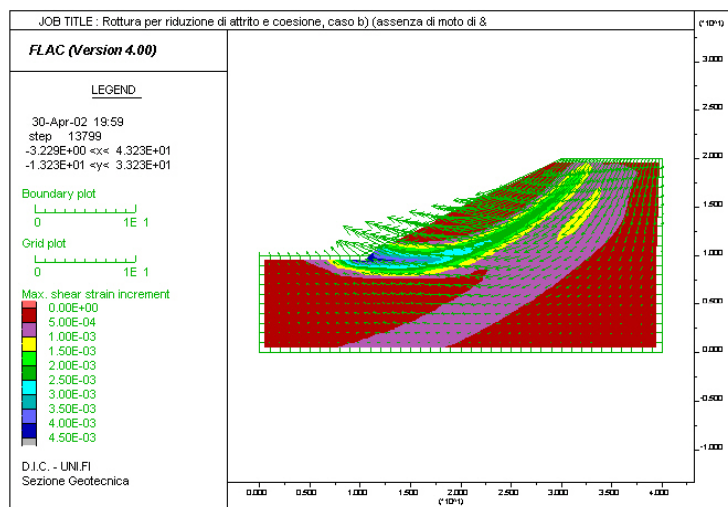
## METODI DINAMICI SFORZI-DEFORMAZIONI Stato di sforzo iniziale (FLAC)



85



## METODI DINAMICI SFORZI-DEFORMAZIONI Andamento delle deformazioni (FLAC)



86



### Conclusioni (1/2)

- In presenza di sisma il peggioramento delle condizioni di stabilità di un pendio è dovuto a:
    - aggravio delle condizioni di carico (insorgenza di forze di inerzia)
    - riduzione della resistenza al taglio (aumento delle pressioni interstiziali e degradazione dei parametri di resistenza per fenomeni di fatica)
- Si ha quindi un peggioramento delle condizioni di stabilità:
- **momentaneo** (per la durata delle azioni dinamiche)
    - ⇒ accumulo di deformazioni e spostamenti
  - **permanente** (al termine del sisma: degradazione - accumulo di  $\Delta u$ )
    - ⇒ movimenti franosi del pendio
- Il comportamento di un pendio durante e dopo il terremoto dipende strettamente dalle condizioni pre-sisma
  - Pertanto, la verifica di stabilità deve essere estesa alle tre situazioni: prima, durante e dopo il terremoto tenendo conto delle diverse condizioni, drenate (prima e dopo) e non drenate (durante) e dei differenti valori della resistenza al taglio

87



### Conclusioni (2/2)

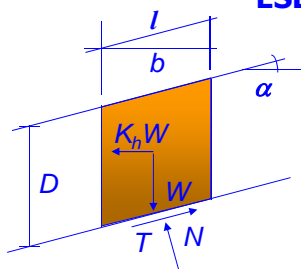
- Nonostante la grande quantità di metodi proposti in letteratura, i casi di pendii che si prestano bene ad essere studiati con modelli matematici e con procedure analitiche sono solo una piccola parte
- La maggior parte dei modelli e dei metodi di calcolo introduce pesanti ipotesi semplificative sia per quanto riguarda il comportamento del terreno sia per quanto riguarda l'azione sismica
- Per i pendii naturali i metodi degli spostamenti e soprattutto i metodi pseudostatici sono tuttora i più utilizzati (in considerazione dei loro limiti è consigliabile effettuare le analisi utilizzandoli entrambi); l'uso dei metodi di analisi dinamica sforzi-deformazioni è riservato generalmente allo studio dei pendii artificiali
- l'attuale normativa nazionale (D.M. 14.01.2008) prevede il ricorso al metodo **dinamici**, degli **spostamenti** e ai metodi **pseudostatici** includendo anche la valutazione dell'amplificazione della risposta sismica, della degradazione ciclica, dell'incremento delle pressioni interstiziali

88

## Esempi numerici



### CALCOLO DEGLI SPOSTAMENTI MEDIANTE CORRELAZIONI ESEMPIO 1: Pendio indefinito



Dati:

$a_{\max} = 0.373 \text{ g}$   
 $v_{\max} = 11.09 \text{ cm/s}$   
 $I_a = 0.5436 \text{ m/s}$   
 $P_D = 0.354 \cdot 10^{-4} \text{ g s}^3$   
 $\alpha = 18^\circ$   
 $D = 6 \text{ m}$   
 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$   
 $c' = 5 \text{ kPa}$   
 $\phi' = 25^\circ$

Risultati:

Per integrazione:  $S_0 = 0.69 \text{ cm}$

$k_c \cong 0.16$  (v. DIA 56 o 62)  $\Rightarrow a_c = 0.16 \text{ g}$

$A = \cos(\phi - \alpha) / \cos \phi \cong 1.1$

Dalle formule semplificate:

Newmark	$S_{0(\max)} = 0.91 \text{ cm}$	
Ambraseys e Menu	$S_{0(\text{av})} = 4.84 \text{ cm}$	molto sovrastimato
Madi ai (1)	$S_{0(\text{av})} = 0.35 \text{ cm}$	
Whitman & Liao	$S_{0(\text{av})} = 0.22 \text{ cm}$	
Madi ai (2)	$S_{0(\text{av})} = 0.56 \text{ cm}$	
Jibson	$S_{0(\text{av})} = 0.08 \text{ cm}$	
Madi ai (3)	$S_{0(\text{av})} = 0.03 \text{ cm}$	
Crespellani et al.	$S_{0(\text{av})} = 0.05 \text{ cm}$	
Madi ai (4)	$S_{0(\text{av})} = 0.24 \text{ cm}$	

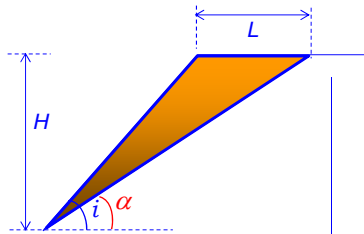
Spostamento massimo stimato  $S_{0(\max)} = 0.91 \cdot 1.1 \cong 1 \text{ cm}$   
 Spostamento medio stimato  $0.03 \leq S_{0(\text{av})} \leq 0.62 \text{ cm}$





## CALCOLO DEGLI SPOSTAMENTI MEDIANTE CORRELAZIONI

### ESEMPIO 2: Cuneo piano



Dati:

$a_{\max} = 0.442g$   
 $v_{\max} = 33.7 \text{ cm/s}$   
 $I_a = 167.7 \text{ cm/s}$   
 $P_D = 30 \cdot 10^{-4} \text{ g s}^3$   
 $i = 50^\circ$   
 $H = 5\text{m}$   
 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$   
 $c' = 5 \text{ kPa}$   
 $\varphi' = 25^\circ$

Risultati:

Per integrazione:  $S_0 = 1.58 \text{ cm}$

$$N_s = \gamma H / c' = 20$$

(da tabelle) o grafici (v. DIA 75):

$$\alpha = 35^\circ \quad K_c = 0.17 \Rightarrow a_c = 0.17 g$$

$$A = \cos(\varphi - \alpha) / \cos \varphi \cong 1.08$$

Dalle formule semplificate:

Newmark  $S_{0(\max)} = 2.34 \text{ cm}$

Ambraseys e Menu  $S_{0(\text{av})} = 15.14 \text{ cm}$

Madiati (1)  $S_{0(\text{av})} = 0.93 \text{ cm}$

Whitman & Liao  $S_{0(\text{av})} = 1.00 \text{ cm}$

Madiati (2)  $S_{0(\text{av})} = 1.45 \text{ cm}$

Jibson  $S_{0(\text{av})} = 0.41 \text{ cm}$

Madiati (3)  $S_{0(\text{av})} = 0.08 \text{ cm}$

Crespellani et al.  $S_{0(\text{av})} = 0.09 \text{ cm}$

Madiati (4)  $S_{0(\text{av})} = 0.63 \text{ cm}$

Spostamento massimo stimato  $S_{0(\max)} = 2.34 \cdot 1.08 \cong 2.53 \text{ cm}$   
 Spostamento medio stimato  $0.10 \leq S_{0(\text{av})} \leq 1.57 \text{ cm}$

molto  
sovrastimato