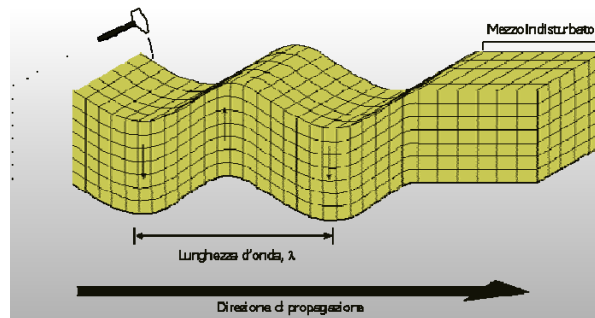




Richiami di teoria di propagazione delle onde sismiche



Prof. Ing. Claudia Madiai – Ing. Elisa Gargini

Ing. Elisa Gargini
Assegnista di ricerca presso il DICeA

Contatti:

Stanza: n°320 (studio Prof. Madiai)

Tel: 055/4796313

E-mail: elisagargini@gmail.com

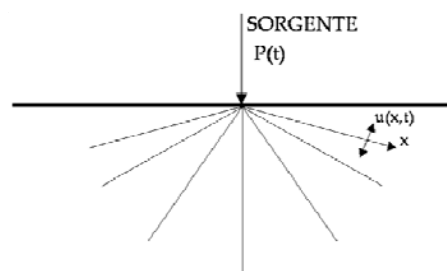


VIBRAZIONI E ONDE SISMICHE

DEF. le vibrazioni sono perturbazioni indotte da una sorgente in un dato mezzo fisico (terreno, acqua, aria, ecc.). A seconda del tipo di sorgente possono essere di natura meccanica, elettromagnetica, ecc.

Le sorgenti che interessano le applicazioni in Dinamica dei Terreni e Geotecnica Sismica sono di natura meccanica (**terremoti; perturbazioni prodotte in modo artificiale per prove geofisiche;** perturbazioni prodotte da macchine, traffico stradale e ferroviario, ecc...) e producono vibrazioni "meccaniche"

Le vibrazioni meccaniche sono una forma di energia che si propaga con una certa velocità, V , dipendente dal mezzo attraversato, in tutte le direzioni, imprimendo ai punti del mezzo attraversato movimenti di tipo oscillatorio intorno a una posizione di equilibrio



3



VIBRAZIONI E ONDE SISMICHE

Nel terreno lo stato vibratorio è legato al fatto che le particelle sono legate fra loro da vincoli elastici e non sono quindi totalmente libere di muoversi. Si generano così delle onde progressive di sforzo e di deformazione (longitudinali e/o trasversali rispetto alla direzione di propagazione) che si propagano con una velocità che dipende dal tipo di terreno e che, per analogia con le onde generate dai terremoti, vengono denominate "**onde sismiche**"

In generale le vibrazioni si attenuano con la distanza dalla sorgente, e, a meno che il sistema oscillante non riceva continuamente energia dall'esterno (come nel caso delle macchine vibranti), sono per lo più smorzate nel tempo

4



VIBRAZIONI E ONDE SISMICHE

Le vibrazioni possono essere:

- ❑ **periodiche**, quando fissato un punto la vibrazione si ripete uguale a se stessa ad intervalli regolari (ad es. le vibrazioni generate da macchine industriali)
 - esiste un intervallo di tempo T (periodo) tale che $u(t+T) = u(t)$, essendo $u(t)$ lo spostamento al tempo t
 - possono essere nella loro forma più semplice di tipo armonico o nella forma più generale con una componente aleatoria
 - bastano pochi parametri per descriverle
- ❑ **non periodiche (o irregolari)**
 - possono essere di tipo impulsivo (generate ad es. da esplosioni, caduta di gravi) o transitorio (generate da terremoti o dal traffico)
 - possono essere ricondotte ad una sommatoria di infiniti moti periodici ciascuno rappresentabile con pochi parametri (*Teorema di Fourier*), dalla cui analisi (*analisi spettrale*) si può dedurre il moto risultante

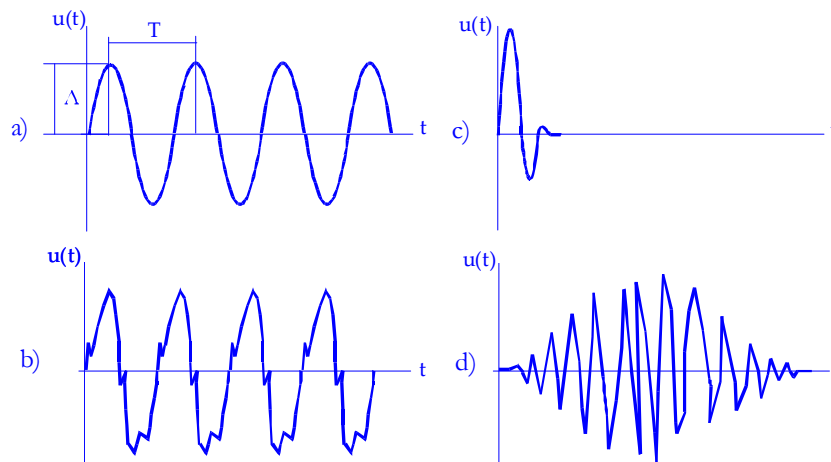
5



VIBRAZIONI E ONDE SISMICHE

PERIODICHE

NON PERIODICHE



6



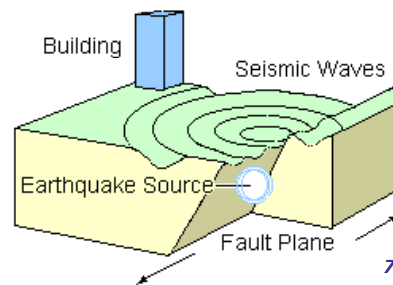
ONDE SISMICHE

L'energia prodotta dalla sorgente si propaga nel mezzo producendo vari tipi di onde:

- *onde di volume*
- *onde di superficie*

Le onde di volume sono generate da una sorgente meccanica interna al mezzo e si propagano all'interno di esso con *fronti d'onda sferici o emisferici (a seconda che la sorgente sia completamente interna o sulla frontiera) di raggio sempre più ampio (fronte d'onda = superficie in corrispondenza della quale tutte le particelle vibrano con la stessa fase)*

Se il mezzo è semi-infinito (come nel caso del terreno), l'impatto delle onde di volume con la superficie libera è accompagnato dalla generazione di nuove onde, denominate onde di superficie perché interessano solo la parte più superficiale del mezzo



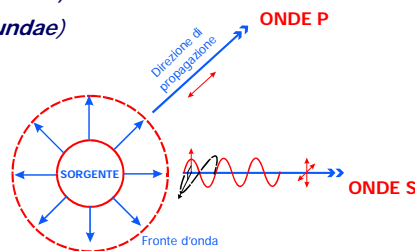
ONDE DI VOLUME – ONDE P

In relazione agli stati deformativi indotti nel terreno le onde di volume si distinguono in:

- *onde longitudinali (o onde P, dal latino **Primae**)*
- *onde trasversali (o onde S, dal latino **Secundae**)*

Le onde P:

- producono vibrazioni polarizzate nella direzione di propagazione (le particelle si muovono nella direzione di propagazione dell'onda) e successive deformazioni di compressione ed estensione, sempre nella stessa direzione
- hanno velocità maggiore delle S e raggiungono per prime la superficie libera
- si trasmettono anche nell'acqua (con una velocità di circa 1500 m/s)

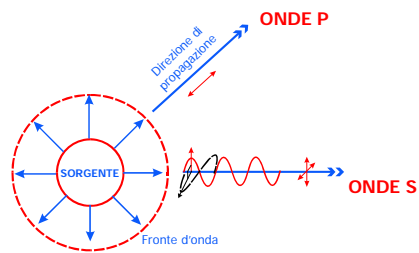




ONDE DI VOLUME - ONDE S

Le onde S:

- generano vibrazioni polarizzate su un piano passante per la direzione di propagazione (le particelle si muovono su un piano che contiene la direzione di propagazione dell'onda) e deformazioni di taglio
- hanno velocità minore delle onde P
- non si trasmettono nei fluidi (dal momento che questi non hanno resistenza al taglio)
- un'onda S può essere rappresentata come somma vettoriale di due componenti, di cui una polarizzata sul piano orizzontale (*onde SH*) e una sul piano verticale (*onde SV*)

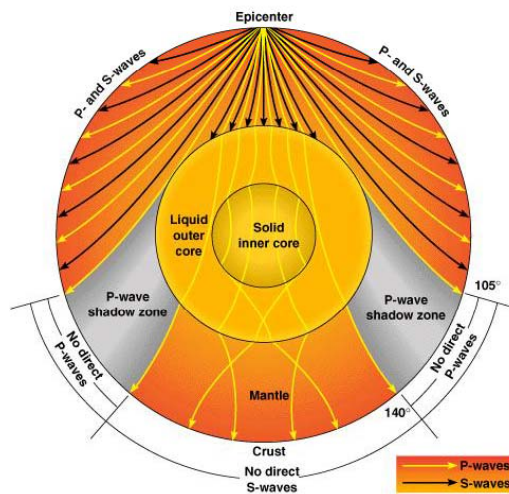


9



ONDE DI VOLUME - ONDE S

Il fatto che le onde S non si trasmettano nei fluidi ha permesso di ricavare fondamentali informazioni sulla struttura interna della Terra, a partire dall'identificazione delle zone d'ombra (zone della superficie planetaria in cui il segnale sismico relativo ad un forte terremoto non viene registrato o viene registrato privo delle onde di taglio).



10



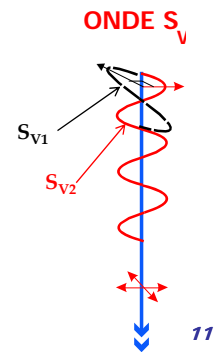
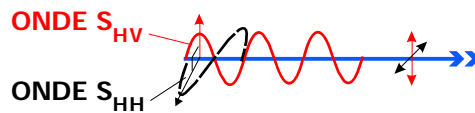
ONDE DI VOLUME - ONDE S

Il piano su cui sono preferenzialmente polarizzate le onde S dipende dal tipo di sollecitazione che le produce

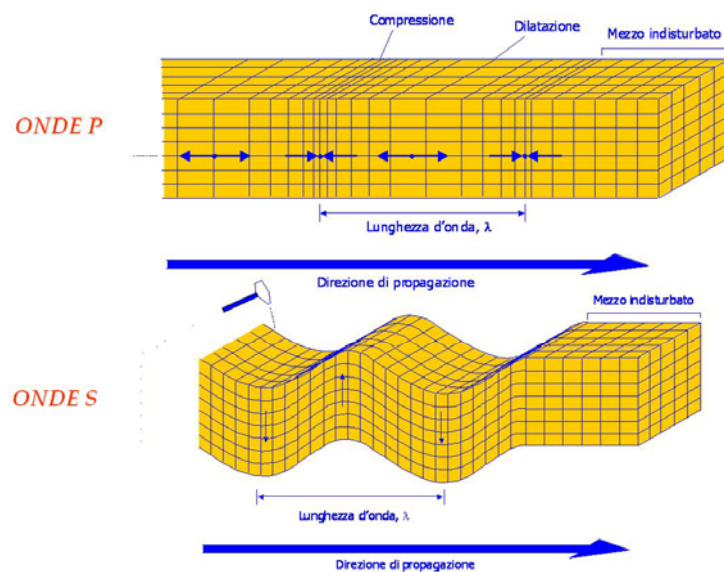
In generale, nel campo delle misure sismiche, le onde S indotte si propagano in direzione verticale, S_V (prove Down-Hole) o orizzontale, S_H (prove Cross-Hole)

Nel caso di direzione di propagazione verticale, le onde sono sempre polarizzate su un piano verticale e sono eventualmente scomponibili su due piani verticali, tra loro ortogonali, di riferimento (S_{V1} e S_{V2})

Nel caso di direzione di propagazione orizzontale, le onde sono polarizzate su un piano passante per la direzione di propagazione e sono scomponibili in un'onda giacente su un piano verticale (S_{HV}) ed una giacente su un piano orizzontale (S_{HH})



ONDE DI VOLUME





ONDE DI SUPERFICIE

Le onde superficiali sono principalmente di due tipi:

- *onde di Rayleigh*
- *onde di Love*

Le onde di Rayleigh (R) si propagano secondo fronti d'onda cilindrici e producono vibrazioni che sono la risultante di una vibrazione polarizzata su un piano verticale, in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione, e di una vibrazione orizzontale polarizzata lungo la direzione di propagazione. Il moto risultante sul piano verticale è ellittico retrogrado. La deformazione indotta è sia di taglio che di compressione. Assumono un ruolo fondamentale nelle "misure sismiche di superficie"

Le onde di Love (L) producono vibrazioni orizzontali polarizzate nella direzione perpendicolare alla direzione di propagazione e deformazioni di taglio. Sono onde legate alla stratificazione dei terreni e derivano dalla riflessione multipla tra superficie inferiore e superiore di uno strato di terreno in cui rimangono intrappolate le onde S. Come le onde S non si trasmettono nei fluidi. La velocità delle onde di Love dipende marcatamente dalla frequenza dell'eccitazione

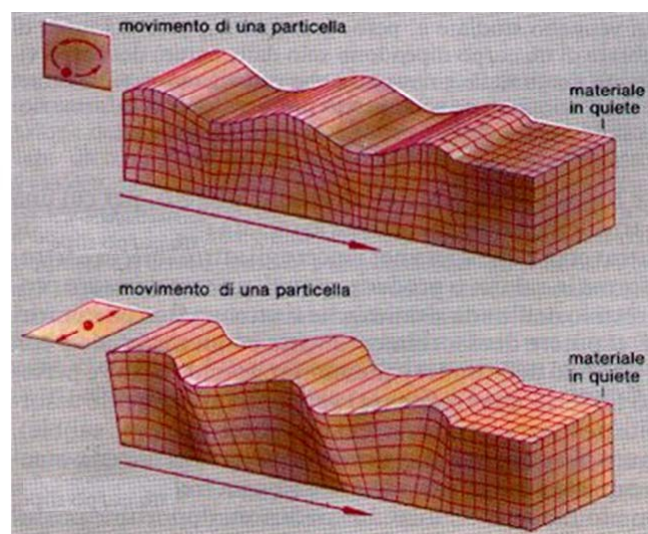
13



ONDE DI SUPERFICIE

ONDE
DI
RAYLEIGH

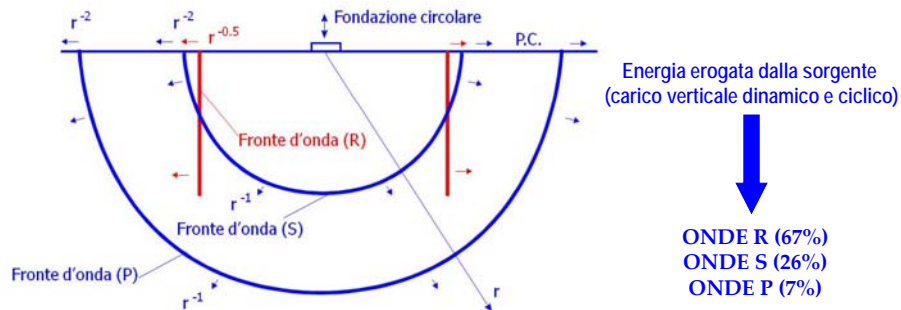
ONDE
DI LOVE



14



ATTENUAZIONE GEOMETRICA DELLE ONDE SISMICHE



Se la sorgente è superficiale, le onde P e S si propagano secondo fronti d'onda emisferici e le onde R secondo fronti d'onda cilindrici

Poiché le onde investono volumi di terreno sempre maggiori, il loro contenuto energetico diminuisce con la distanza dalla sorgente, e con esso anche l'ampiezza dello spostamento indotto nel mezzo (**smorzamento geometrico**)

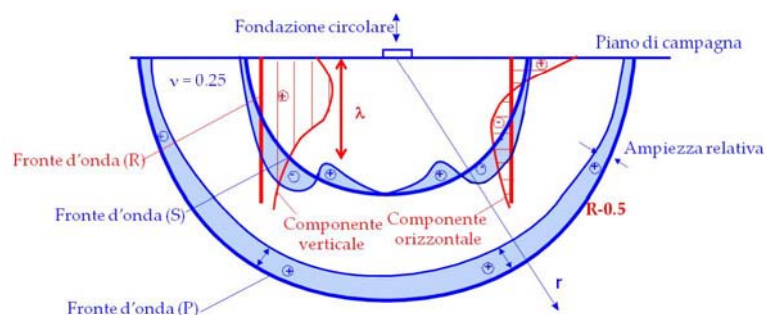
Le onde di volume si attenuano con legge $1/r$ all'interno del mezzo e $1/r^2$ sulla superficie; le onde di Rayleigh si attenuano con legge $1/r^{0.5}$

(allontanandosi dalla sorgente le onde R diventano predominanti su quelle di volume)

15



ATTENUAZIONE GEOMETRICA DELLE ONDE SISMICHE



L'ampiezza delle onde P è sempre dello stesso segno e all'incirca costante lungo il medesimo fronte d'onda; l'ampiezza delle onde S è variabile in ampiezza e segno; la componente verticale delle onde R ha segno costante, quella orizzontale cambia segno con la profondità. L'ampiezza delle onde R decade rapidamente con la profondità (a profondità pari circa a 1.5λ è pari a circa il 10 % di quella in superficie)

16



PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE IN SEMISPAZIO ELASTICO, OMOGENEO, ISOTROPO

IPOTESI: mezzo omogeneo, isotropo, elastico, infinitamente esteso

PRINCIPI: Il principio della dinamica (equazione indefinite di equilibrio dinamico); legge di Hooke

SOLUZIONE:

Equazione d'onda P

$$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2G}{\rho} \nabla^2 \bar{\varepsilon}$$

Equazioni d'onda S

$$\frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \Omega_x$$

$$\frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \Omega_y$$

$$\frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \Omega_z$$

ρ : densità del mezzo attraversato

λ e G (modulo di taglio): costanti di Lamé

$\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$: componenti di rotazione intorno agli assi x, y e z

$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$: deformazione volumetrica

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$: operatore di Laplace

17



PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE IN SEMISPAZIO ELASTICO, OMOGENEO, ISOTROPO

Dalle equazioni precedenti si osserva che l'ipotesi di elasticità consente di scindere il problema delle deformazioni indotte dal passaggio delle onde sismiche in:

➤ una deformazione volumetrica pura (compressione o dilatazione, nessuna distorsione o rotazione), rappresentata dall'equazione dell'onda P (ove compare solo $\bar{\varepsilon}$)

➤ una distorsione o rotazione pura (nessuna compressione o dilatazione), rappresentata dalle equazioni delle onde S (ove compaiono solo $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$)

I coefficienti che moltiplicano l'operatore di Laplace nelle equazioni d'onda rappresentano i quadrati delle velocità di propagazione delle onde medesime nel mezzo attraversato. Come si può vedere esse dipendono solo dalle proprietà fisiche (densità) e meccaniche (costanti di Lamé) del mezzo e non dalla frequenza dell'onda

ONDE P

$$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2G}{\rho} \nabla^2 \bar{\varepsilon}$$

$(V_p)^2$

ONDE S

$$\frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \Omega_x; \quad \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \Omega_y; \quad \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \nabla^2 \Omega_z$$

$(V_s)^2$

18



VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE IN UN MEZZO ELASTICO

La velocità di propagazione delle onde S e P è quindi rispettivamente:

$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}$$

poiché nei liquidi $G=0 \rightarrow V_S=0$

Introducendo l'ipotesi di "semispazio" è possibile ricavare anche la velocità delle onde di Rayleigh che risulta:

$$V_R = \frac{0.874 + 1.117 \cdot \nu}{1 + \nu}$$

essendo ν il coefficiente di Poisson

19



VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE IN UN MEZZO ELASTICO

Ricordando le relazioni tra le **costanti di Lamè**, il modulo di Young, E , il modulo di deformazione cubica, K , e il coefficiente di Poisson, ν

$$E = \frac{G(3\lambda + 2G)}{\lambda + G}$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3}G$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + G)}$$

tra le velocità delle onde P e delle onde S, si ricava la relazione:

$$\frac{V_P}{V_S} = \sqrt{\frac{1 - \nu}{0.5 - \nu}}$$

ovvero

$$\nu = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{V_P}{V_S} \right)^2 - 1 \right] / \left[\left(\frac{V_P}{V_S} \right)^2 - 1 \right]$$

20

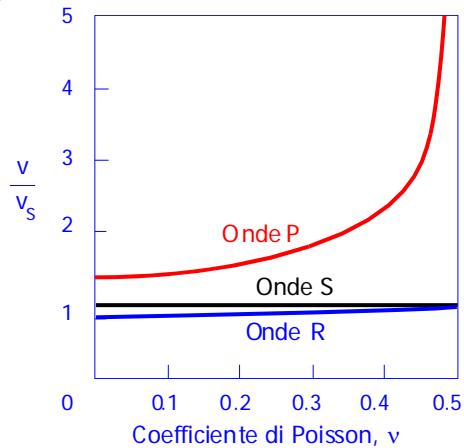


VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE IN UN MEZZO ELASTICO

Dalle relazioni precedenti si osserva che:

1. il rapporto V_p/V_s dipende esclusivamente dal coefficiente di Poisson ν (varia tra $\sqrt{2}=1.41$ e ∞ , per ν variabile tra 0 e 0.5)
2. V_p è sempre maggiore di V_s ; V_R è sempre minore
3. V_R è di poco inferiore a V_s

per $\nu = 0.25$	$V_R = 0.919 V_S$
$\nu = 0.33$	$V_R = 0.933 V_S$
$\nu = 0.40$	$V_R = 0.943 V_S$
$\nu = 0.50$	$V_R = 0.955 V_S$



21



VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE NEI TERRENI

Quando le onde sismiche attraversano la roccia o un terreno omogeneo (poco smorzante) si possono con buona approssimazione considerare non dispersive nel campo delle piccole deformazioni (dominio elastico lineare) e delle basse frequenze e si possono applicare le relazioni precedenti

Nel caso delle misure sismiche le frequenze dell'eccitazione (1-10 Hz) e l'ampiezza massima delle deformazioni indotte ($< 0.0001\%$) sono tali da potere applicare tale modello

Tipo di terreno	v_p [m/s]	v_s [m/s]
Argilla satura	1500*	100 ÷ 250
Sabbia fine e media	300 ÷ 500	120 ÷ 200
Sabbia densa	400 ÷ 600	200 ÷ 400
Ghiaia	500 ÷ 750	300 ÷ 600
Arenaria	1500 ÷ 4500	700 ÷ 1500
Marna	1500 ÷ 4500	600 ÷ 1500

* Velocità di propagazione nell'acqua

nell'acqua $V_P = 1500\text{m/s}$; nell'aria $V_P = 340\text{m/s}$

Per terreni non saturi e rocce da misure sismiche risulta: $\frac{V_p}{V_s} \approx 1.5 \div 2.0$

22



VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE NEI TERRENI

La velocità delle onde S è scarsamente influenzata dal grado di saturazione S_r del terreno (l'acqua non può sostenere sforzi di taglio);

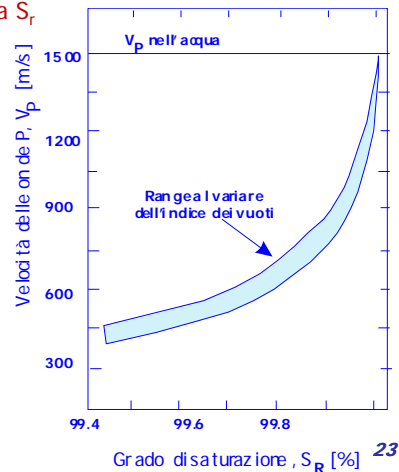
La velocità delle onde P è invece influenzata da S_r ,

In particolare:

per $S_r < 99\%$ la velocità delle onde P è controllata dalla rigidità dello scheletro solido nella stessa maniera delle onde S

per $S_r = 100\%$ la velocità delle onde P è controllata dal mezzo liquido che è incompressibile ($V_p = 1500$ m/s) se superiore a quella dello scheletro solido

per $99 < S_r < 100\%$ la velocità delle onde P varia sensibilmente col grado di saturazione



23



PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE IN UN MEZZO ELASTICO E STRATIFICATO E CONFINATO

Nei mezzi elastici stratificati e dotati di una frontiera, la propagazione delle onde sismiche segue leggi fisiche più complicate di quelle nel mezzo elastico, omogeneo, isotropo ed infinitamente esteso. Infatti nell'attraversare la superficie di interfaccia tra due strati di differenti proprietà meccaniche o in corrispondenza della superficie di frontiera, si verificano i seguenti fenomeni:

- 1) **generazione di onde di volume rifratte e riflesse** con differenti direzioni di propagazione e che possono anche essere di natura diversa dall'onda incidente;
- 2) **generazione di onde superficiali** (onde di Rayleigh e di Love) in corrispondenza di superfici che non trasmettono onde di volume (superfici libere);
- 3) **modificazione dell'ampiezza del moto** in relazione al **rapporto di impedenza sismica**, cioè al rapporto dei prodotti ρV (impedenza sismica) dei mezzi a contatto.

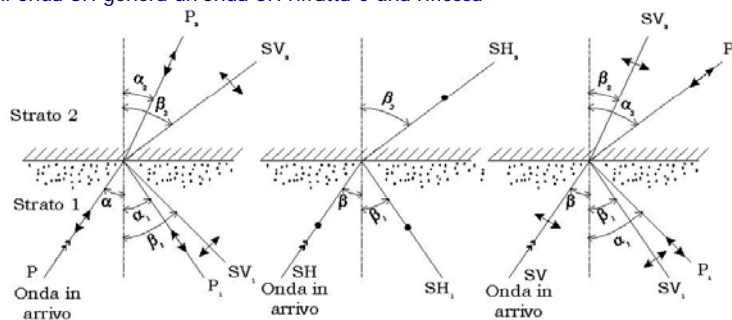
24



RIFRAZIONE E RIFLESSIONE

1) Quando un'onda sismica (*onda incidente*) incontra la superficie di separazione tra due mezzi isotropi con differenti caratteristiche meccaniche una parte dell'energia si trasmette nello stesso mezzo in cui si propaga l'onda incidente (*onda riflessa*) e una parte si rifrange nell'altro (*onda rifratta*) sotto forma di onde aventi natura e direzione di propagazione diversa da quella dell'onda incidente;

- ogni onda di volume (P) o di taglio (SV) genera nel punto d'incidenza due onde riflesse, una longitudinale (P₁) e l'altra trasversale (SV₁) e due onde rifratte, una longitudinale (P₂) e l'altra trasversale (SV₂)
- ogni onda SH genera un'onda SH rifratta e una riflessa



25



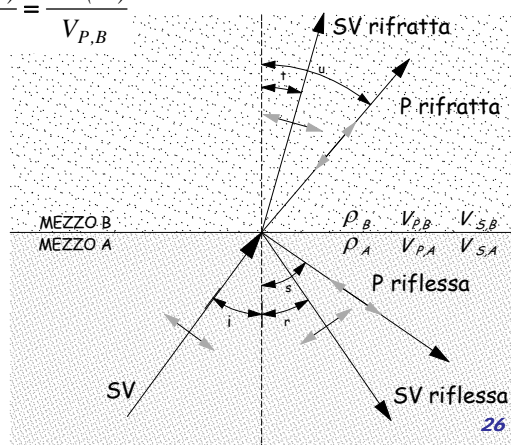
RIFRAZIONE E RIFLESSIONE

Le onde SV e P riflesse e rifratte assumono direzioni diverse da quella originaria e legate ad essa secondo la legge di Snell:

$$\frac{\sin(i)}{V_{S,A}} = \frac{\sin(r)}{V_{S,A}} = \frac{\sin(s)}{V_{P,A}} = \frac{\sin(t)}{V_{S,B}} = \frac{\sin(u)}{V_{P,B}}$$

dove
i è l'angolo di incidenza,
r e s gli angoli di riflessione,
t ed u gli angoli di rifrazione V_{S,A}, V_{S,B},
V_{P,A} e V_{P,B} le velocità delle onde S e P
nei due mezzi

La relazione di Snell implica un avvicinamento della direzione di propagazione alla normale alla superficie di separazione dei mezzi proporzionale alla diminuzione di velocità di propagazione nel mezzo B rispetto al mezzo A



26



PROPAGAZIONE DELLE ONDE SISMICHE NEL SOTTOSUOLO

In un sottosuolo reale, allontanandosi dalla sorgente, man mano che i volumi interessati dalla perturbazione diventano maggiori, si ha una modificazione delle caratteristiche delle onde sismiche consistenti in:

- raddrizzamento della direzione di propagazione (in prossimità della superficie libera le onde incidenti si considerano praticamente verticali e il moto orizzontale)
- attenuazione della loro ampiezza: l'energia trasportata dalle onde sismiche, (anche qualora l'energia generata dalla sorgente fosse continua e costante) tende ad attenuarsi con la distanza per differenti tipi di smorzamento:

✓ smorzamento geometrico o per radiazione (il solo smorzamento nei mezzi omogenei ed elastici) dovuto al fatto il volume di terreno investito è sempre maggiore e quindi il contenuto energetico dell'onda diminuisce con la distanza dalla sorgente, e con esso anche l'ampiezza dello spostamento nel mezzo

✓ smorzamento per scattering (si aggiunge a quello geometrico nei mezzi elastici stratificati) consistente in una dissipazione di energia dovuta alle riflessioni e rifrazioni multiple

✓ smorzamento interno (si aggiunge a quello geometrico nei mezzi non elastici) che consiste in una dissipazione di energia legata alle proprietà isteretiche del terreno

27



VALORI TIPICI DEL COEFFICIENTE DI POISSON

Valori tipici del coefficiente di Poisson per alcuni materiali

materiale	ν [-]
argilla satura	0.40-0.50
argilla	0.30-0.45
sabbia	0.20-0.45
roccia	0.10-0.30 ^(*)
gomma	~ 0.50
acciaio	0.27-0.30
cemento	0.20
sughero	~ 0.00

$$\nu = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_a} = \frac{E'}{2G} - 1$$

^(*) aumenta all'aumentare del carico applicato e del contenuto in acqua (L. S. Burshtein, 1968)

28