

## Applicazione di Wiener-Kolmogorov all'interpolazione

Valori di  $\tau$

0 0.5000 1.0000 1.5000 2.0000 2.5000 3.0000  
3.5000 4.0000 4.5000 5.0000 5.5000 6.0000

valori di  $C(\tau) = 1.3\exp(-0.6|\tau|)$

1.3000 0.9631 0.7135 0.5285 0.3916 0.2901 0.2149  
0.1592 0.1179 0.0874 0.0647 0.0479 0.0355

Aggiunta di un rumore gaussiano con sqm 0.02 (serve solo per simulare la stima empirica di valori discreti di  $C$ )

1.2553 0.9592 0.7319 0.4981 0.4048 0.2886 0.2114  
0.1304 0.1271 0.1075 0.0568 0.0447 0.0956

Da questi dati simulati fare una stima m.q. dei parametri di  $C(\tau) = A\exp(-b|\tau|)$ .

ATTENZIONE: la stima è non lineare, bisogna linearizzare:

$$A\exp(-b|\tau|) = (A_0 + \delta A)\exp(-(b_0 + \delta b)|\tau|) = (A_0 + \delta A)\exp(-b_0|\tau|) + A_0\exp(-b_0|\tau|)(-\delta b|\tau|)$$

I valori iniziali  $A_0, b_0$  si possono ricavare dai primi 2 valori di  $C$ .

In presenza di errori di misura, la **matrice** di covarianza  $\mathbf{C}$  va sostituita da  $\mathbf{C} + \sigma_v^2 \mathbf{I}$ . Quindi soltanto  $C(0)$  viene modificato. Ad esempio, ponendo  $\sigma_v = 0.4$ , il primo valore, anziché 1.2913, diventa 1.4513. Allora conviene stimare  $A_0, b_0$  dal secondo e terzo valore di  $C$ , e  $\sigma_v^2$  può essere stimato come differenza fra il valore empirico di  $C(0)$  e il valore stimato di  $A$ .

Al termine di queste operazioni, usando la funzione  $C(\tau)$  stimata, interpolare i dati

$f(-1) = 1.8$ ,  $f(0) = 0.5$ ,  $f(0.5) = -1$ ,  $f(2) = 0.8$ ,  $f(3) = 1.4$  nell'intervallo  $[-2, 4]$  con passo 0.1, sia in presenza sia in assenza di errori di misura (interpolazione esatta e approssimata), e inoltre verificare l'andamento puntuale dell'errore quadratico medio di stima.