

RICAPITOLAZIONE: Procedura per l'applicazione del filtro di Kalman

Procedura ricorsiva:

avendo a disposizione $\hat{s}(N | N-1)$, $\hat{x}(N | N-1)$ e il nuovo dato $x(N)$, si calcola

$\hat{s}(N) = \hat{s}(N | N-1) + K(N)e(N)$, dove

$$e(N) = x(N) - \hat{x}(N | N-1) \quad , \quad K(N) = \frac{E\{(s(N) - \hat{s}(N | N-1))^2\}}{E\{(s(N) - \hat{s}(N | N-1))^2\} + \sigma_{v^{(s)}}^2(N)}$$

Per il calcolo di $K(N)$ si usa la formula ricorsiva

$$E\{(s(N) - \hat{s}(N | N-1))^2\} = F(N-1)^2 (1 - K(N-1)) E\{(s(N-1) - \hat{s}(N-1 | N-2))^2\} + \sigma_{v^{(s)}}^2(N)$$

Si calcola poi $\hat{s}(N+1 | N) = \hat{x}(N+1 | N) = F(N)\hat{s}(N)$.

Il punto di partenza è $\hat{s}(0 | -1) = 0$, $E\{(s(0) - \hat{s}(0 | -1))^2\} = E\{s(0)^2\}$ dato.

ESEMPIO: Porre $E\{s(0)^2\} = 1$, $F(N) = \frac{2}{3}$, $\sigma_{v^{(s)}}^2 = 0.2$, $\sigma_{v^{(x)}}^2 = 0.1$

Dati: $x(0) = 0.17$, $x(1) = -0.21$, $x(2) = -0.33$, $x(3) = 0.04$.

Calcolare $\hat{s}(4 | 3)$ e il suo errore quadratico medio di stima.

NOTA: si può applicare direttamente la formula di Wiener-Kolmogorov:

$$\hat{s}(4 | 3) = \mathbf{C}_{s(4)x}^T (\mathbf{C}_{xx})^{-1} \mathbf{x} \quad , \quad \text{dove}$$

$$\mathbf{C}_{xx} = \mathbf{C}_{ss} + \sigma_{v^{(x)}}^2 \mathbf{I} \quad ;$$

gli elementi di $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{ss}$ e di $\mathbf{C}_{s(4)x}$ si ricavano dal modello di evoluzione:

$$\mathbf{C}_{kk} = F^2 \mathbf{C}_{k-1,k-1} + \sigma_{v^{(s)}}^2 \quad , \quad \mathbf{C}_{00} = 1 \quad ; \quad \mathbf{C}_{k-j,k} = F^j \mathbf{C}_{k-j,k-j} \quad ; \quad \mathbf{C}_{s(4)x(j)} = F^{4-j} \mathbf{C}_{jj}$$