

Claudio Borri
Luca Salvatori

MECCANICA COMPUTAZIONALE

Capitolo 7

Cenni di stabilità computazionale

Rev. 12 giugno 2006



Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 1/8



Argomenti trattati nel capitolo 7

- Classificazione degli stati di equilibrio
- Criterio di indifferenza
- Approccio generale alla stabilità
- Teoria classica della stabilità



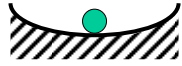
Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 2/8

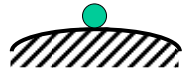


Classificazione dell'equilibrio

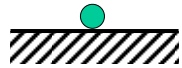
Consideriamo una configurazione C_0 di equilibrio e immaginiamo di applicare una perturbazione infinitesima.



Equilibrio stabile: la struttura ritorna nella configurazione iniziale C_0 .



Equilibrio instabile: la struttura si sposta dalla configurazione C_0 ad una nuova configurazione di equilibrio C_1 .



Equilibrio indifferente (o critico): è uno stato di transizione fra stati di equilibrio stabili ed instabili.



Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 3/8



Criterio di indifferenza

In una situazione di equilibrio indifferente allo stesso livello di carico corrispondono (almeno) due configurazioni di equilibrio.

Consideriamo la configurazione (V_0, P_0) in equilibrio:

$$F_{\text{int}}(V_0) = P_0$$

e le equazioni di equilibrio linearizzate:

$$\cancel{F_{\text{int}}(V_0)} + K_T(V_0) \cdot \Delta V = \Delta P + \cancel{P}$$

L'equilibrio in (V_0, P_0) è indifferente se, per lo stesso livello di carico ($\Delta P=0$), esiste una differente configurazione di equilibrio ($\Delta V \neq 0$), ovvero se:

$$K_T(V_0) \cdot \Delta V = 0$$

ammette una soluzione non banale.



Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 4/8



Approccio generale alla stabilità

L'approccio generale alla stabilità prevede un'analisi statica non-lineare in controllo di carico.

Il moltiplicatore di carico λ viene progressivamente incrementato e ad ogni passo si verifica che la matrice di rigidezza tangente non sia singolare. Quando:

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{V}) \cdot \Delta \mathbf{V} = \mathbf{0}$$

ammette una soluzione non banale ($\Delta \mathbf{V} \neq \mathbf{0}$) si è raggiunta una configurazione di equilibrio indifferente.

Il moltiplicatore dei carichi prende allora il nome di moltiplicatore critico (λ_{crit}) e il vettore $\Delta \mathbf{V}$ (che è definito a meno di un fattore moltiplicativo) corrisponde alla forma di instabilità.



Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 5/8



Teoria classica della stabilità

L'approccio generale (analisi non-lineare incrementale-iterativa + autovalori) è accurato ma complesso e computazionalmente oneroso.

La teoria "classica" della stabilità permette di ottenere i valori del carico critico con un solo passo, sotto le seguenti ipotesi:

- 1) La struttura rimane lineare fino all'insorgere dell'instabilità:

$$\mathbf{V}(\lambda \mathbf{P}_{\text{ref}}) = \lambda \mathbf{V}(\mathbf{P}_{\text{ref}})$$

- 2) La matrice di rigidezza tangente è esprimibile come somma di un termine costante e di un termine lineare negli spostamenti (sviluppando in serie la rigidezza tangente si trascurano i termini di ordine superiore al primo):

$$\mathbf{K}_T(\alpha \mathbf{V}) = \mathbf{K}_E + \alpha \mathbf{K}_G(\mathbf{V})$$

Si ha dunque:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_E + \lambda \mathbf{K}_G(\mathbf{V}(\mathbf{P}_{\text{ref}}))$$

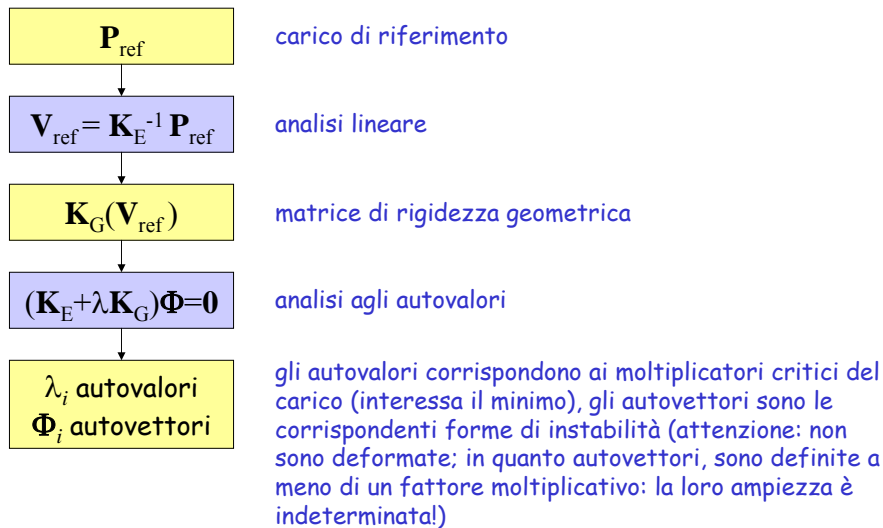


Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 6/8



Procedimento



Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 7/8



Limiti della stabilità classica e trattamento delle condizioni di carico

Limiti della stabilità classica

- ⊗ Le forme di instabilità descrivono solo il modo in cui la struttura si instabilizza ma non danno informazioni su spostamenti e sollecitazioni post-critici.
- ⊗ I risultati sono attendibili solo se le ipotesi sono verificate (e.g. strutture con predominanza di sforzi normali).
- ⊗ I valori del carico critico sono spesso ottenuti per eccesso (a sfavore di sicurezza!!!)

Trattamento delle combinazioni di carico

Il problema è non-lineare, dunque non vale la sovrapposizione degli effetti!
Ogni combinazione di carico deve essere trattata separatamente.



Università degli Studi di Firenze
Dipartimento di Ingegneria Civile
Corso di Meccanica Computazionale

Claudio Borri
Luca Salvatori
(rev. 12/06/2006) Capitolo 7: 8/8

